Hilbertsche Polynome und Eulersche Polynome in Algebra und Zahlentheorie

Auf einer kompakten komplexen Mannigfaltigkeit X der Dimension n (z. B. einer projektiv algebraischen Mannigfaltigkeit) sei ein Divisor D gegeben. Für jede ganze Zahl k werde die holomorphe Eulerzahl mit Koeffizienten in der Garbe der lokalen holomorphen Funktionen, für deren Divisor (f) gilt:

$$(f) + kD \geq 0,$$

betrachtet. Diese holomorphe Eulerzahl ist ein Polynom in k vom Grade $\leq n$ (Hilbertsches Polynom, das mit Hilfe von Riemann-Roch berechnet werden kann). Die Hilbertsche Reihe ist die Potenzreihe in t, deren Koeffizient von t^k gleich dem Wert des Hilbertschen Polynoms an der Stelle k ist $(k \geq 0)$. Sie ist gleich einem Polynom in t geteilt durch $(1-t)^{n+1}$. Wir betrachten diese Hilbertsche Reihe für $X = n$-faches cartesisches Produkt der projektiven Geraden mit sich mit einem Divisor D, dessen Homologieklasse invariant ist unter der vollen Permutationsgruppe und unter diesen Divisorklassen das positive erzeugende Element repräsentiert. Man erhält die Eulerschen Polynome, die Euler zur Bestimmung der Werte der Riemannschen Zeta-Funktion an den negativen ganzen Stellen benutzt hat. Wir betrachten weitere Beispiele wie den Raum der Geraden eines projektiven Raumes mit der erzeugenden positiven Divisorklasse. Die Koeffizienten der Eulerschen Polynome spielen eine Rolle in der Kombinatorik und für gewisse algebraische Mannigfaltigkeiten.

Prof. Dr. Friedrich Hirzebruch (Universität Bonn)