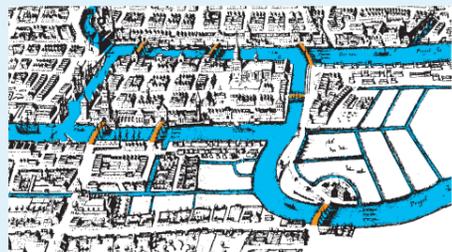


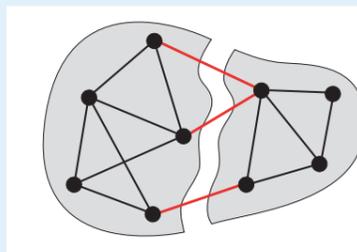
### Königsberg, anno 1736: Geburtsstunde der Graphentheorie

Das untenstehende Puzzle, so die Legende, inspirierte den großen Mathematiker Leonhard Euler zur Proklamation des ersten Satzes der Graphentheorie:

**Satz (Euler):** *In einem endlichen Graphen ist genau dann eine Rundtour möglich, die jede „Kante“ genau einmal durchläuft, wenn der Graph keinen „Schnitt“ aus ungerade vielen Kanten enthält.*



Gibt es einen Stadtrundgang durch Königsberg, der jede der sieben Brücken über den Pregel genau einmal überquert?



Ein Graph mit einem **Schnitt** aus drei Kanten: hier ist keine Eulertour möglich



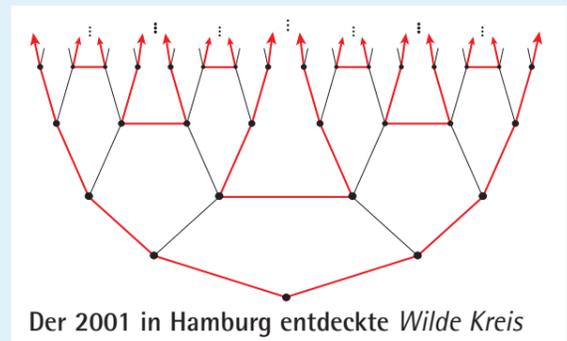
Leonhard Euler (1707-1783)

**Quizfrage für Neugierige:** *Weshalb kann ein Graph mit ungeradem Schnitt keine solche „Eulertour“ haben?*

**Herausforderung für Ambitionierte:** *Beweise, dass eine Eulertour stets möglich ist, wenn der Graph keinen ungeraden Schnitt enthält.*

### Hamburg, anno 2004: Eulertouren verschwinden in die Unendlichkeit – und kommen wieder zurück!

Die **Graphentheorie in Hamburg** erforscht schwerpunktmäßig unendliche diskrete Strukturen, die sich einer Behandlung mit den Methoden der endlichen Graphentheorie zunächst zu entziehen scheinen. Oftmals liefert eine Änderung des Blickwinkels den Schlüssel zur Lösung. Die unendlichen Wege des Graphen rechts erscheinen chaotisch verschachtelt. Zusammen mit aus topologischer Sicht existierenden Limespunkten jedoch bilden sie einen Kreis – einen Kreis, der häufiger die Unendlichkeit durchläuft als er Kanten enthält...

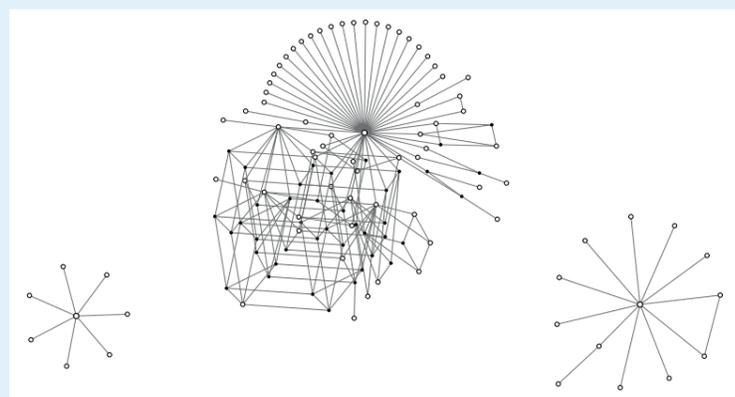


Der 2001 in Hamburg entdeckte *Wilde Kreis*

Der Eulersche Satz liest sich in seiner allgemeinsten Form mittlerweile so:

**Satz (Hamburg 2004):** *Ein lokalkompakter Graph enthält genau dann eine topologische Eulertour in seiner Enden-kompaktifizierung, wenn er keinen endlichen Schnitt aus ungerade vielen Kanten enthält.*

### Anwendungen der Graphentheorie in Hamburg



In Hamburg entwickelte Graphentheorie kommt zum Einsatz in der Gerichtsmedizin bei der Analyse von Populationsdaten mitochondrialer DNA. Die Abbildung zeigt den Kontrast zwischen einem fehlerhaft-chaotischen Datensatz (Mitte) und zwei Qualitätsdatensätzen mit der erwarteten Baumstruktur (außen).

**Eine spektakuläre Hamburger Entdeckung** (Bandelt et al, Science 305, 2004):

*Eine standardmäßig verwendete FBI-Datenbank stellt sich so als grob fehlerbehaftet heraus...*

Der Forschungsschwerpunkt Diskrete Mathematik besteht aus den Professoren Andreae, Bandelt, Diestel, sowie einer internationalen Gruppe von Doktoranden und Postdocs. Siehe [www.math.uni-hamburg.de/spag/dm/projekte.html](http://www.math.uni-hamburg.de/spag/dm/projekte.html)