# Lösungen für das Modul Ma-P3/WiMa-ABK2
# Software-Praktikum
## Blatt 4

- **Aufgabe 1** Es bezeichne $\mathcal{A} := \{x|Ax = b\}$ mit $A \in M(n, \mathbb{C})$ und $b \in \mathbb{C}^n$ und $\mathcal{V} := \{x|Ax = 0\}$. Es ist zu zeigen, dass es eine Abbildung

  $$+ : \mathcal{A} \times \mathcal{V} \to \mathcal{A}, (P, v) \mapsto P + v$$

  gibt, die folgende Bedingungen erfüllt:

  $(i)$ $(P + v) + w = P + (v + w)$ für alle $P \in \mathcal{A}, v, w \in \mathcal{V}$,

  $(ii)$ für alle $P, Q \in \mathcal{A}$ gibt es genau einen Vektor $v \in \mathcal{V}$ mit $Q = P + v$.

  Als Abbildung wähle man die gewöhnliche Addition von Vektoren im $\mathbb{C}^n$. Für ein $P \in \mathcal{A}$ und ein $v \in \mathcal{V}$ gilt dann $A(P + v) = AP + Av = b + 0 = b$, d.h. $P + v \in \mathcal{A}$.
  Die Eigenschaft $(i)$ ist nichts weiter als die Assoziativität der Addition von Vektoren im $\mathbb{C}^n$, die bekanntermaßen gilt. Für zwei Punkte $P, Q \in \mathcal{A}$ setze man $v := Q - P$. Dann gilt $P + v = P + (Q - P) = Q$ und $Av = A(Q - P) = AQ - AP = b - b = 0$, d.h. $v \in \mathcal{V}$. Dieser Vektor ist eindeutig bestimmt, denn, angenommen, es gäbe zwei Vektoren $v, v'$ mit $P + v = Q = P + v'$. Durch Subtraktion von $P$ folgt dann $v = v' = Q - P$.

- **Aufgabe 2** Antwort c) ist korrekt.

- **Aufgabe 3** Es sei

  $$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 12 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 12t \\ 4 + 5t \\ 1 + 7t \end{pmatrix}.$$

  Mit dem Befehl `GaussianElimination(<A|b>)` wird das Gleichungssystem $Ax = b$ in die Form

  $$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 12t \\ 0 & 1 & 2 & 4 + 19t \\ 0 & 0 & 0 & 21 - 124t \end{pmatrix}$$

  gebracht, wobei die letzte Spalte der rechten Seite des Gleichungssystems entspricht. Man sieht, dass die letzte Gleichung genau dann erfüllt ist, wenn $t = \frac{21}{124}$ gilt. Für die anderen beiden Gleichungen gibt es dann unendlich viele Lösungen. Folglich ist d) die korrekte Antwort.

- **Aufgabe 4** Die Determinante der Matrix

  $$A := \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 7 & 7 \\ 4 & 1 & 8 & 1 \\ 6 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

lässt sich mit dem Befehl `Determinant(A)` ausrechnen.
Es gilt $det(A) = -191 \neq 0$, d.h. es gibt genau eine Lösung für das Gleichnungssystem.