Aufgaben für das Modul Ma-P3/WiMa-ABK2
Software-Praktikum
Blatt 9

- **Aufgabe 1** Sei $A \in M(n \times n, \mathbb{R})$ eine symmetrische Matrix und $P_A(t)$ das charakteristische Polynom von A mit den Koeffizienten $\alpha_j, j = 0, \ldots, n$. Dann gilt:

  $$A \text{ ist positiv definit } \Leftrightarrow (-1)^j \alpha_j > 0, j = 0, \ldots, n-1$$

  Benutzen Sie den Code aus Aufgabe 2, Blatt 5, um zu testen, ob eine symmetrische Matrix A positiv ist.

- **Aufgabe 2** Sei $A \in M(n \times n, \mathbb{R})$ eine symmetrische Matrix. Dann gilt:

  $$A \text{ ist positiv definit } \Leftrightarrow \text{ jede Hauptunterdeterminant ist positiv}$$

  Schreiben Sie einen Code, der dieses Kriterium verwendet, um zu überprüfen, ob A positiv ist.

- **Aufgabe 3** Schreiben Sie die Routinen `Grad(f)` und `Hess(f)`, die Gradient und Hessesche Matrix einer differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ ausrechnen.

- **Aufgabe 4** Betrachten Sie die Funktion $f(x, y) = cos(x)cos(y)$. Was stimmt?

  a) Der Gradient der Funktion verschwindet im Ursprung.

  b) Es liegt im Ursprung ein lokales Extremum vor.

  c) Die Hessesche muss im Ursprung ausgeartet sein.

  d) Die Hessesche im Ursprung ist negativ definit.