Aufgaben für das Modul Ma-P3/WiMa-ABK2
Software-Praktikum
Blatt 3

- **Aufgabe 1** Erstellen Sie die Matrix $A \in M(10; \mathbb{R})$ mit $A_{i,j} = i^2 + j^2, i, j = 1, \ldots, 10$.
  Handelt es sich bei A um eine Normale Matrix? Bestimmen Sie, welche Einträge von A Primzahlen sind.
  Hinweis: Benutzen Sie das Paket `LinearAlgebra`.

- **Aufgabe 2** Erstellen Sie eine symmetrische Zufallsmatrix $B \in M(4; \mathbb{R})$. Erstellen Sie auch eine symmetrische Zufallsmatrix $C \in M(4; \mathbb{Z})$.
  Benutzen Sie hierfür den Befehl `RandomMatrix` und `rand`.

- **Aufgabe 3** Betrachten Sie folgende Funktion

  ```
  A:=n -> Matrix(n,(i,j)->x[i]^(j-1));
  ```

  Untersuchen Sie unter welchen Bedingungen die Determinante von $A[n]$ verschwindet für die Fälle $n = 1, 2, 3, 4, 5$.
  Beweisen Sie, dass für alle n genau dann $det(A(n)) \neq 0$ gilt, wenn $x_i \neq x_j, \forall i, j = 1 \ldots n$.
  Hinweis: Benutzen Sie den Befehl `factor`.

- **Aufgabe 4** Schreiben Sie eine Routine `Tr(A)`, die die Spur einer Matrix ausrechnet. Überprüfen Sie mit dieser folgende Rechenregeln

  ```
  Tr(A+B)=Tr(A)+Tr(B)
  Tr(A · B )=Tr(B · A)
  Tr(a A)=a Tr(A)
  ```

  am Beispiel zufälliger (5×5) Matrizen A und B und einer zufälligen Zahl a.

- **Aufgabe 5** Betrachten Sie die Matrix

  $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

  Bestimmen Sie die kleinste Primzahl p derart, dass die obige Matrix modulo p invertierbar ist. Finden Sie weiter eine Matrix, die invertierbar modulo $q < p$ ist.