

Aufgaben für das Modul Ma-P3/WiMa-ABK2

Software-Praktikum

Blatt 2

- **Aufgabe 1** Die Fibonacci Folge f_0, f_1, f_2, \dots ist eine unendliche Folge von Zahlen, die durch das rekursive Bildungsgesetz

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad \text{für } n \geq 2$$

mit den Anfangswerten

$$f_0 = 0 \quad \text{und} \quad f_1 = 1$$

definiert ist. Schreiben Sie eine Routine in MAPLE, die f_n berechnet.

- **Aufgabe 2** Beweisen Sie, dass die Zuweisung

$$F_n := \frac{\varphi^n - \psi^n}{\sqrt{5}}, \quad n \geq 0$$

mit den Anfangswerten

$$\varphi := \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \psi := \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

eine Formel zur Berechnung der Fibonacci Zahlen liefert.

Benutzen Sie den Befehl `limit`, um den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+2}}{f_{n+1}}$$

auszurechnen. Handelt es sich dabei um eine besondere Zahl?

- **Aufgabe 3** Schreiben Sie eine Routine `gold(n,a)`, die die rekursive Folge

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2x_n}{x_n^2 + 1}, \quad x_0 = a, \quad n \geq 0$$

mit $a \in \mathbb{R}_{>0}$ ausrechnet.

Was ist die kleinste Zahl n , für die die Differenz zwischen `gold(n,2.)` und `gold(n-1,2.)` mit `Digits:=200` gleich null ist?

Untersuchen Sie die Folge $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert!

- **Aufgabe 4** Beweisen Sie, dass die Summe der ersten n ungeraden Zahlen immer ein Quadratzahl ist.

Schreiben Sie eine Routine in MAPLE, um sich davon zu überzeugen.

Hinweis: Benutzen Sie die „Gauß-Formel“.

- **Aufgabe 5** Erstellen Sie eine Liste der ersten 50 Primzahlen. Welche dieser Zahlen lassen sich als Summe zweier Quadratzahlen schreiben?