

Theorie und Numerik von Differentialgleichungen  
mit  
MATLAB und SIMULINK  
SS08

**Aufgabe 14.1**

Lösen Sie die lineare Erhaltungsgleichung

$$u_t + au_x = 0$$

$$u(0,x) = \begin{cases} 1 & x < L/2 \\ 0 & x > L/2, \end{cases}$$

mit Hilfe verschiedener Verfahren, nämlich dem

1. Upwind-Verfahren
2. Verfahren von Lax-Friedrichs
3. Verfahren von Lax-Wendroff

Was beobachten Sie?

**Aufgabe 14.2**

Lösen Sie die nichtlineare Erhaltungsgleichung (Burger-Gleichung)

$$u_t + (1/2)(u)_x^2 = 0$$

$$u(0,x) = \begin{cases} 1 & x < L/2 \\ 0 & x > L/2, \end{cases}$$

mit Hilfe verschiedener Verfahren, nämlich dem

1. Upwind-Verfahren in naiver Form, also

$$u_j^{k+1} = u_j^k - (\tau/h)(u_j^k)(u_j^k - u_{j-1}^k)$$

2. Upwind-Verfahren mit Upwind-Geschwindigkeit, also

$$u_j^{k+1} = u_j^k - (\tau/h)(u_{j-1}^k)(u_j^k - u_{j-1}^k)$$

3. Upwind in konservativer Form, also

$$u_j^{k+1} = u_j^k - (\tau/h)((u_j^k)^2 - (u_{j-1}^k)^2).$$

Wie verhält sich die Schockfront?