

Theorie und Numerik von Differentialgleichungen
mit
MATLAB und SIMULINK
SS08

Abgabe: 27.6.2008

Aufgabe 11.1

Die Aufgabe

$$u_t = u_{xx}$$

mit $u(t,0) = u(t,10) = 0$ und $u(0,x) = \sin((\pi/10)x)$
soll mit dem angegebenen expliziten Differenzenverfahren näherungsweise gelöst werden.

Dabei sei $\Delta x = 0.5$.

Beobachten Sie das Verhalten der Näherungslösungen mit unterschiedlichen Δt über verschiedene Intervalle $[0,T]$.

Z.B. $\Delta t = 0.2$ (also $\Delta t/(\Delta x)^2 > 1/2$) und $T = 1,2,3,\dots, 10,11$
 $\Delta t = 0.1$ (also $\Delta t/(\Delta x)^2 < 1/2$) und $T = 10$.

Aufgabe 11.2

Führen Sie jetzt das implizite Verfahren durchgeföhrt wird.

Betrachten Sie das Verhalten des Fehlers bei der numerischen Approximation für verschiedene Δt und unterschiedliche Zeitintervalle $[0,T]$.

Aufgabe 11.3

Die Aufgabe

$$u_t = u_{xx}$$

mit $u(t,0) = u(t,1) = 0$ und

$$u(0,x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 0.5 \\ -8x + 5 & 0.5 \leq x \leq 0.75 \\ 4x - 4 & 0.75 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

soll für $0 \leq t \leq 5$ mit dem angegebenen expliziten Differenzenverfahren gelöst werden.

Dabei sei $\Delta x = 0.25$ und $\Delta t/(\Delta x)^2$ einmal gleich $1/2$ und ein anderes Mal gleich $1/4$.

Beobachten Sie bei $\Delta t/(\Delta x)^2 = 1/2$ die Zunahme der Vorzeichenwechsel. Im zweiten Fall tritt keine Zunahme der Vorzeichenwechsel auf!