

**Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
B. von Loesch, K. Taubert**

Abgabe: 20.6.06 vor den Übungen

Aufgabe 35

Geben Sie die Gleichung für die Momente eines (K)not a Knot interpolatorischen kubischen Spline an.

Approximieren Sie die Runge-Funktion

$$f(x) = 1/(1+x^2)$$

im Intervall $[-5,5]$ durch einen (K)not a Knot interpolatorischen kubischen Spline, mit einem Gitter von 11 äquidistanten Knoten. Benutzen Sie dafür die Spline Programme von MATLAB.

Vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis aus einer entsprechenden natürlichen kubischen Spline Interpolation.

Aufgabe 36

Für einen interpolierenden natürlichen kubischen Spline S mit konstanter Schrittweite h und $f \in C^4[a,b]$ kann die folgende Abschätzung nachgewiesen werden:

$$\|f - S\|_{\infty} \leq Ch^4 \|f^{(4)}\|$$

Dabei ist C eine geeignete Konstante.

Verifizieren Sie dieses Ergebnis numerisch für die Runge-Funktion auf dem Intervall $[-5,5]$.

Wählen Sie als Schrittweite h z.B. 1, 0.5, 0.25, 0.125 und 0.0625.

Aufgabe 37

Bestimmen Sie A, B und x_1 so, dass

$$\int_0^1 f(x) dx = Af(x_1) + Bf(1)$$

Polynome von möglichst hohem Grade exakt integriert werden.

Verwenden Sie die Formel in zweifach summierter Form zur Näherung von

$$\int_1^5 \ln(x) dx.$$

Aufgabe 38

Integrieren Sie die Funktion

$$f(x) = 1/(x^4 * \sqrt{1+x^2})$$

im Intervall $[1, 4]$ mit den wiederholten Mittelpunkt- und Trapez-Formeln. Wählen Sie $m = 1, 2, 8, 32, 128$ und 512 Teilintervalle. Tabellieren Sie den Fehler – in Abhängigkeit vom m – und beobachten Sie, ob die theoretischen Erwartungen erfüllt sind..