

**Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
B. von Loesch, K. Taubert**

Abgabe: 23.5.06 vor den Übungen

Aufgabe 25

Gegeben sei das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0.780 & 0.563 \\ 0.913 & 0.659 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.217 \\ 0.254 \end{pmatrix}$$

- a) Man berechne die Lösung x .
- b) Welche Lösung ergibt sich bei Verwendung von LR-Zerlegung und einer Arithmetik mit 5 Dezimalstellen?
- c) Gegeben seien die Näherungslösungen

$$x_1 = (0.999, -1.001) \quad \text{und} \quad x_2 = (0.341, -0.087)$$

Welche Näherung ist genauer? Welche hat das kleinere Residuum?

Aufgabe 26 (Pflicht)

Schreibe ein Programm zur Lösung des linearen Gleichungssystems

$$Ax = b \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad b \in \mathbb{R}^n$$

nach dem Gauß Algorithmus mit Spaltenpivotsuche. Die Elimination ist abubrechen, falls für das Pivotelement $a_{kk}^{(k)}$ gilt:

$$|a_{kk}^{(k)}| \leq \text{Max}_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}| \cdot 10^{-14}.$$

Testbeispiele:

$$A = \begin{pmatrix} a & a & a & a & a-1 \\ a+1 & a+1 & a+1 & a & a \\ a+1 & a+1 & a & a & a \\ a+1 & a & a & a & a \\ a+1 & a+1 & a+1 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a = 10^4, 10^6 \text{ und } 10^8.$$

$$A = (a_{ij}), \quad a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad b_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j-1}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$n = 2, 4, 8, 16$$

Aufgabe 27

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 16 & -120 & 240 & -140 \\ -120 & 1200 & -2700 & 1680 \\ 240 & -2700 & 6480 & -4200 \\ -140 & 1680 & -4200 & 2800 \end{pmatrix}.$$

Man stelle die Zerlegung $A = LDL^T$ her. Dabei ist D eine Diagonalmatrix und L eine linke Dreiecksmatrix mit Einsen in der Diagonalen.