Übungen zu Numerische Mathematik II
WS06/07
J. Sternberg, K. Taubert

Abgabe: 16.1.07 vor den Übungen

Aufgabe 32
Die vier reellen Nullstellen von

$$p(x) = 2401x^4 - 41846x^3 + 100597x^2 + 712236x + 693792$$

sollen mit einem maximalen Fehler von 10^{-3} bestimmt werden.

Aufgabe 33
Bestimmen Sie mit dem Newton Verfahren eine Lösung im positiven Quadranten von

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 0.6y &= 0.16 \\ x^2 - y^2 + x - 1.6y &= 0.14 \end{aligned}$$

und verifizieren Sie nachträglich die quadratische Konvergenz des Verfahrens.

Aufgabe 34
Die Simulation eines Nand-Gatters in der (fossilen) DTL-Technologie mit dem Ebers-Moll Modell und einer Versorgungsspannung von 24 Volt führt auf die Gleichungen

$$\begin{aligned} f_1(x_1,x_2,x_3,e_1,e_2) &= 0 \\ f_2(x_1,x_2,x_3,e_1,e_2) &= 0 \\ f_3(x_1,x_2,x_3,e_1,e_2) &= 0 \end{aligned}$$

mit den Eingangsspannungen $0 \le e_1,e_2 \le 12$ in Volt, der Ausgangsspannung $0 \le x_3 \le 12$ und den internen Spannungen x_1,x_2. Dabei ist

$$\begin{aligned} f_1 &= (12-x_1)/R_0+(x_2-x_1)/R_1-f_D(x_1-e_1)-f_D(x_1-e_2) \\ f_2 &= -(x_2-x_1)/R_1+(-12-x_2)/R_2-((1-\alpha_F)/\alpha_F)f_D(x_2-0)-((1-\alpha_R)/\alpha_R)f_D(x_2-x_1) \\ f_3 &= (12-x_3)/R_C- f_D(x_2-0)-f_D(x_2-x_3)/\alpha_R \end{aligned}$$

.

und $f_D(\varphi_2 - \varphi_1) = I_S(\exp(\varphi_2 - \varphi_1)/U_T -1)$.
Nach seiner Funktionalität muss das NAND-Gatter für $e_1=e_2= 0$ Volt einen Wert x_3 annehmen der in der Nachbarschaft von 12 Volt liegt.
Finden Sie mit dem Newton-Verfahren die entsprechende Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems.
Die noch nicht festgelegten Parameter haben die Werte $R_0 = 1000\ \Omega$, $R_C = 1000\,\Omega$, $R_1 = 18000\,\Omega$, $R_2 = 200000\,\Omega$, Is = 10^(-12) A und $U_T = 1/40$ V, $\alpha_R = 0.5$ und $\alpha_F=0.99$.

Tipp:
Sie werden schnell merken, dass eine willkürliche Wahl der Startwerte nicht zum Ziel führt. Auch die verschiedenen Größenordnungen der Parameter verursachen Schwierigkeiten. Mit der zunächst nicht sachgerechten Wahl $U_T =1$ und I_S= 10^(-3) kann jedoch schnell eine Lösung des entsprechenden nichtlinearen Gleichungssystems gefunden werden. Ausgehend von dieser Näherung können dann sukzessive Lösungen (Einbettung) für $U_T \to 1/40$ und $I_S \to$ 10^(-12) berechnet und schließlich die geforderte Lösung bestimmt werden.