

## Übungen zu Numerische Mathematik II

WS06/07

J. Sternberg, K. Taubert

**Abgabe: 9.1.07 vor den Übungen**

### Aufgabe 29

Sei  $x^* \in \mathbf{R}$  eine doppelte isolierte Nullstelle von  $f(x) = 0$ .

1. Man zeige, dass das Newton Verfahren nur noch linear konvergent ist.
2. Man zeige, dass die folgende Variante des Newton-Verfahrens quadratisch konvergiert:

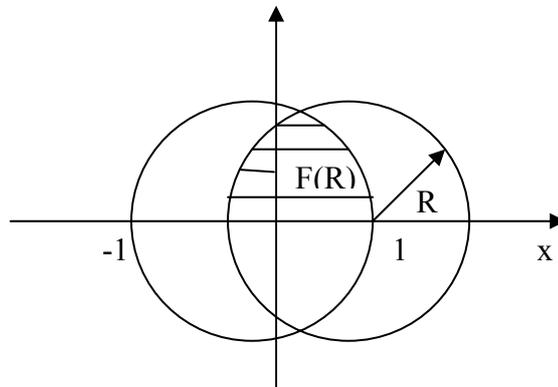
$$x_{k+1} = x_k - 2 \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}.$$

Hinweise:  $f(x) = (x-x^*)^2g(x)$ ,  $g(x) \neq 0$  in einer Umgebung von  $x^*$ .  
 $1/(1+a) = 1-a+O(a^2)$

### Aufgabe 30

Auf einer Kreisrunden Wiese vom Radius  $r = 1$  wird eine Ziege am Rand an einem Seil der Länge  $R$  angebunden. Wie groß muss  $R$  sein (auf 6 Stellen genau) damit die Ziege genau die Hälfte der Wiese abweiden kann?

Hinweis: Aus Symmetriegründen ist nur die Fläche  $F(R)$  (vgl. Zeichnung) etwa mittels Integration zu bestimmen. Der Radius  $R$  ergibt sich dann aus dem Nullstellenproblem  $F(R) - \pi/4$ .



### Aufgabe 31

Das Lösungsverhalten der parameterabhängigen Aufgabe

$$x(x^3 - x - \lambda) = 0$$

für  $-1 \leq \lambda \leq 1$  ist bekannt.

Bestimmen Sie (alle) Nullstellen der Gleichung in Abhängigkeit von  $\lambda$  durch die tangentielle Fortsetzungsmethode:

Führen Sie eine klassische Pfadverfolgung durch und beobachten Sie deren nicht sachgerechtes Verhalten!

Wir wünschen Ihnen eine schöne Weihnachtszeit und ein erfolgreiches Neues Jahr

R. Dörbecker, C. Zimmermann, J. Sternberg und K. Taubert