Übungen zu Numerische Mathematik II
WS06/07
J. Sternberg, K. Taubert

Abgabe: 28.11.06 vor den Übungen

Aufgabe 15
Es sei N = 16 , $x_j = 2\pi j/N$, j = 0,1,2, ... ,N-1. Außerdem sei

$$f(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{für } x_j = 0 \\ 1 & \text{für } 0 < x_j < \pi \\ 0 & \text{für } x_j = \pi \\ -1 & \text{für } \pi < x_j < 2\pi \end{cases}$$

Berechnen Sie manuell, mit der FFT, die zugehörigen diskreten Fourierkoeffizienten

$$a_k = \sum_{j=0}^{N-1} f(x_j)\cos(kx_j) \qquad k = 0,1,2, \ldots ,N-1$$
$$b_k = \sum_{j=0}^{N-1} f(x_j)\sin(kx_j) \qquad k = 1,2, \ldots ,N-1$$

Geben Sie die Werte von

$$h(x) = (2/N)(b_1\sin x+b_3\sin(3x)+b_5\sin(5x)+b_7\sin(7x))$$

an den Stellen x_j an.

Aufgabe 16
Gegeben sei die 2π-periodisch fortgesetzte Funktion $f(x) = x^2$, $0<x< 2\pi$, für welche an den Sprungstellen $f(0) = f(2\pi) = 2\pi^2$ festgesetzt sei.
Bestimmen mit Hilfe der FFT die zugehörigen Fourier-Koeffiziente a_j, j = 0,1,2, ... ,8 und b_j , j = 1,2, ... ,7.
Beachten Sie: Es ist sinnvoll die zugehörigen Integrale mit 16 Stützstellen zu integrieren.

Aufgabe 17
Gesucht ist ein Fourier-Polynom

$$g(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{3}(a_j\cos(jx) + b_j\sin(jx)) + \frac{1}{2}a_4\cos(4x)$$

welche die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für } 0 \le x \le \pi \\ 2\pi - x & \text{für } \pi < x \le 2\pi \end{cases}$$

an den 8 Stellen $x_j = 2\pi j/8$, j=0,1,2, ..., 7, interpoliert.