

Übungen zur Vorlesung „Partielle Differentialgleichungen“

Blatt 8

Verlängerter Abgabetermin: 17.12.2009**Aufgabe 26** Lösen Sie mit der Charakteristikenmethode die Gleichungen

1) $xu_x + yu_y = 2u, \quad u(x, 1) = g(x)$

2) $uu_x + u_y = 1, \quad u(x, x) = x/2$

3) $xu_x + 2yu_y = 3u, \quad u(x, y, 0) = g(x, y)$

Aufgabe 27 Zeigen Sie, dass die Lösung des Anfangswertproblems $u_t + u_x = u$, $u(x, 0) = x$ für $x > t$ positiv ist.**Aufgabe 28** Für $u_0 \in L^1(\mathbb{R})$ sei das Anfangswertproblem

$$u_t - xu_x = 0, \quad u(x, 0) = u_0(x)$$

gegeben. Zeigen Sie, dass die L^1 -Norm der Lösung streng monoton fallend ist und erklären Sie dieses Phänomen anhand der Anfangsbedingung

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$

Aufgabe 29 Berechnen Sie die Lösung des Problems

$$u_x + u_y = u^2$$

die durch die Kurve $u = x$ auf $y = -x$ läuft und zeigen Sie, dass die Lösung auf der Hyperbel $x^2 - y^2 = 4$ singularär wird.