Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2006**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. S. Heitmann

Numerik partieller Differentialgleichungen

Blatt 9

Aufgabe 24: Zeigen Sie, dass für das nichtlineare Verfahren

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \lambda(a(u_{i+1}^j) - 2a(u_i^j) + a(u_{i-1}^j)$$

unter der Bedingung $\lambda a'(u_i^j) \leq 1/2$ ein diskretes Maximumprinzip gilt.

Aufgabe 25: Implementieren Sie die beiden in der Vorlesung angegebenen Differenzenverfahren (nichtlinear und linearisiert) für das nichtlineare Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u_t = (u^5)_{xx} & \text{in } \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \\ u(x,0) = \mathrm{e}^{-x} & \text{auf } \mathbb{R} \times \{t = 0\} \end{cases}$$

Aufgabe 26: Berechnen Sie die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \quad \text{in } (0,1) \times \mathbb{R}_+ \\ u(x,0) = 0 \quad \text{auf } (0,1) \times \{t = 0\} \\ u(0,t) = \sin(\pi t), \quad u_x(1,t) = 0 \quad \text{für } t > 0. \end{cases}$$

numerisch mit dem Richardson-Verfahren und mit der θ–Methode. Der erste Zeitschritt des Richardson-Verfahren kann durch einen expliziten Euler-Schritt ersetzt werden. Vergleichen Sie den Aufwand und die Resultate. Wie groß kann der Zeitschritt der θ–Methode gewählt werden, bevor es zu Ungenauigkeiten kommt?