

# Numerik partieller Differentialgleichungen

## Blatt 7

**Aufgabe 20:** Beweisen Sie, dass ein konsistenter Neun-Punkte-Stern zur Diskretisierung der gemischten Ableitung  $\partial^2/(\partial x \partial y)$  allgemein von der Form

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \approx \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 - \alpha - \beta + \gamma & 2(\alpha - \gamma) & 1 - \alpha + \beta + \gamma \\ 2(\alpha + \beta) & -4\alpha & 2(\alpha - \beta) \\ -1 - \alpha - \beta - \gamma & 2(\alpha + \gamma) & -1 - \alpha + \beta - \gamma \end{pmatrix}$$

ist. Ist es möglich, die freien Parameter  $\alpha, \beta, \gamma$  so zu wählen, dass alle Außerdiagonalelemente das gleiche Vorzeichen haben?

**Aufgabe 21:** Beweisen Sie die in der Vorlesung angegebene exakte Beziehung

$$\partial_x = \frac{2}{h} \sinh^{-1} \frac{\delta_x}{2}$$

**Aufgabe 22:** Implementieren Sie die  $\theta$ -Methode für das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & \text{in } \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \\ u(x, 0) = e^{-x} & \text{auf } \mathbb{R} \times \{t = 0\} \end{cases}$$

und testen Sie Ihr Programm mit verschiedenen Werten für  $\theta$ .