

Numerik partieller Differentialgleichungen

Blatt 3

Aufgabe 8: Zeigen Sie, dass das Lax–Wendroff Verfahren ein Verfahren zweiter Ordnung ist und berechnen Sie die genaue Form der modifizierten Gleichung. Vergleichen Sie diese mit der modifizierten Gleichung des Beam–Warming Verfahrens aus Aufgabe 5.

Aufgabe 9: Gegeben sei das lineare Verfahren

$$u_i^{j+1} = c_{-2}u_{i-2}^j + c_{-1}u_{i-1}^j + c_0u_i^j$$

Leiten Sie, falls möglich, Bedingungen an die Koeffizienten c_{-2} , c_{-1} und c_0 ab, unter denen das Verfahren konsistent, konservativ und L^2 –stabil ist.

Aufgabe 10: Untersuchen Sie die L^2 –Stabilität des Upwind–Verfahrens mit numerischer Flussfunktion F_{up} ,

$$F_{up} = \frac{1}{2} (f(u) + f(v)) - |a(u, v)| \frac{v - u}{2}, \quad a(u, v) = \frac{f(u) - f(v)}{u - v},$$

für den Fall einer linearen Advektionsgleichung.