Mathematik für Physiker III

Veranstalter: Dr. Vsevolod Shevchishin

Übungsblatt 12

Abgabetermin: 26. Januar in der Vorlesung.

Aufgabe 1. (4 Punkte.)

Berechnen Sie die Darstellung der 2-Formen $\alpha = zdx \wedge dy + xdy \wedge dz + ydz \wedge dx$ und $\beta = (y^2+z)dx \wedge dy + (z+y^2)dx \wedge dz + (\mathsf{cos} y - e^z)dy \wedge dz$ in $\mathbb{R}^3$ im Kugel-Koordinatensystem.

Aufgabe 2. (4 Punkte + 4 Zusatzpunkte.)

A2i. Zeigen Sie, dass die 2-Form $\alpha = (\mathsf{sin} y + z)dx \wedge dy + (\mathsf{sin} z + y)dx \wedge dz + (\mathsf{cos} y - z)dy \wedge dz$ in $\mathbb{R}^3$ geschlossen ist.

A2ii. Finden Sie eine 1-Form β mit $d\beta = \alpha$.

Aufgabe 3. (4 Punkte.)

Zeigen Sie, dass die 1-Form $\alpha = (2xy^2 + 3x^2 z)dx + (2x^2 y + z^2)dy + (x^3 + 2yz)dz$ geschlossen ist, und berechnen Sie das Integral $\int_\gamma \alpha$ über die Kurve $\gamma(t) = (t, t, t^2)$ mit $t \in [0, 1]$.

Aufgabe 4. (4 Punkte.)

Es sei S^2 die Einheitssphäre in $\mathbb{R}^3$ und $\alpha = zdx \wedge dy + xdy \wedge dz + ydz \wedge dx$ eine 2-Form. Berechnen Sie das Integral $\int_{S^2} \alpha$ direkt und mit Hilfe des Satzes von Stokes.