

Graphentheorie II

7. Serie

Besprechung und Abgabe am 1. Dezember 2014

<http://bit.ly/1HDcljB>

Aufgabe 1 (D-De, §4, Nr. 39)

Ein Graph G ist ein *Vergleichbarkeitsgraph*, wenn eine Halbordnung auf $V(G)$ existiert, in der genau die in G benachbarten Elemente vergleichbar sind. Zeige, dass jeder Vergleichbarkeitsgraph perfekt ist.

Aufgabe 2 (D-De, §4, Nr. 40)

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *Intervallgraph*, wenn es eine Menge $\{I_v \mid v \in V\}$ reeller Intervalle gibt, so dass genau dann $I_u \cap I_v \neq \emptyset$ gilt, wenn $uv \in E$ ist.

- (i) Zeige, dass jeder Intervallgraph chordal ist.
- (ii) Zeige, dass das Komplement eines Intervallgraphen stets ein Vergleichbarkeitsgraph ist.

Aufgabe 3 (D-De, §4, Nr. 43)

Zeige, dass ein Graph G genau dann perfekt ist, wenn jeder nicht leere Untergraph H von G eine unabhängige Eckenmenge A mit $\omega(H - A) < \omega(H)$ enthält.

Aufgabe 4 (für die schriftliche Abgabe, D-De, §4, Nr. 44⁺)

Betrachte die Graphen G , für die bei jedem Untergraphen $H \subseteq G$ jede maximale unabhängige Eckenmenge von H jeden maximalen vollständigen Teilgraphen von H trifft.

- (i) Zeige, dass diese Graphen G perfekt sind.
- (ii) Zeige, dass diese Graphen G genau die Graphen sind, die keinen P^3 als Untergraphen enthalten.