Fachbereich Mathematik
Dozent: Prof. Mathias Schacht
Übung: Fabian Schulenburg

WiSe 2014/15
10. November 2014

Graphentheorie II

5. Serie

Besprechung und Abgabe am 17. November 2014

`http://bit.ly/1OrWcLU`

Aufgabe 1 (D-De, §3, Nr. 25)

Finde unter den Gebietsrändern eines 2-zusammenhängenden ebenen Graphen eine Basis seines Zyklenraumes.

Aufgabe 2 (für die schriftliche Abgabe, D-De, §3, Nr. 27)

Sei $\mathcal{A}$ eine schlichte Menge von Kreisen in einem 2-zusammenhängenden Graphen G, die den Zyklenraum $\mathcal{C}(G)$ erzeugt. Zeige direkt (ohne den Satz von MacLane), dass $\mathcal{A}$ zu einer doppelten Kreisüberdeckung von G ergänzt werden kann, d. h. die Menge der Kreise $\mathcal{A}$ kann so erweitert werden, dass jede Kante von G in genau zwei Kreisen liegt.

Aufgabe 3 (D-De, §3, Nr. 35)

Es sei G^* kombinatorisch dual zu G und $e \in E(G)$ mit dualer Kante $e^* \in E(G^*)$. Zeige die folgenden Aussagen:

(*i*) G^*/e^* ist kombinatorisch dual zu $G - e$.

(*ii*) $G^* - e^*$ ist kombinatorisch dual zu G/e.

Aufgabe 4 (D-De, §3, Nr. 40)

Zeige, dass die folgenden Aussagen für zusammenhängende Multigraphen $G = (V, E)$ und $G' = (V', E')$ und eine Bijektion $\varphi\colon E \to E'$ äquivalent sind:

(*i*) G und G' sind durch φ zueinander kombinatorisch dual;

(*ii*) für jede Kantenmenge $F \subseteq E$ ist der Multigraph (V, F) genau dann ein Baum, wenn $(V', E' \setminus \varphi(F))$ ein Baum ist.