

## Graphentheorie II

### 2. Serie

Besprechung und Abgabe am 27. Oktober 2014

<http://bit.ly/ZhSpQN>

**Aufgabe 1** (für die schriftliche Abgabe)

Zeige, dass ein Graph mit zwei kantendisjunkten Spann­bäumen einen aufspannenden zusammenhängenden Teilgraphen enthält, dessen Kantenmenge einem Element im Zyklusraum entspricht.

**Aufgabe 2** (D-De, §0, Nr. 38)

Es sei  $F$  eine Menge von Kanten in einem Graphen  $G$ .

- (i) Zeige, dass  $F$  genau dann zu einem Element von  $\mathcal{B}(G)$  erweiterbar ist, wenn  $F$  keinen ungeraden Kreis enthält.
- (ii) Zeige, dass  $F$  genau dann zu einem Element von  $\mathcal{C}(G)$  erweiterbar ist, wenn  $F$  keinen ungeraden Schnitt enthält.

**Aufgabe 3**

Beweise oder widerlege:

- (i) Die Regularitätsbedingung in Lemma 1.3.1 kann relaxiert werden und Minimalgrad mindestens 3 ist hinreichend für ein geeignetes (möglicherweise größeres)  $s_k$ .
- (ii) Die Funktion  $f(k)$  in Satz 1.3.2 kann zur Identität verbessert werden.
- (iii) Es gibt eine Konstante  $k \in \mathbb{N}$ , so dass die Arborizität jedes plättbaren Graphen durch  $k$  beschränkt ist.

**Aufgabe 4** (D-De, §1, Nr. 23<sup>+</sup>)

Für einen Graphen  $G$  bezeichne  $\alpha(G)$  wie üblich die größte Mächtigkeit einer unabhängigen Eckenmenge in  $G$ . Zeige, dass die Ecken von  $G$  durch höchstens  $\alpha(G)$  disjunkte Teilgraphen überdeckbar sind, die jeweils isomorph sind zu einem Kreis, einem  $K^2$ , oder einem  $K^1$ .