Fachbereich Mathematik — WiSe 2014/15
Dozent: Prof. Mathias Schacht — 13. Oktober 2014
Übung: Fabian Schulenburg

Graphentheorie II

1. Serie

Besprechung und Abgabe am 20. Oktober 2014
`http://bit.ly/1thfHUW`

Aufgabe 1 (für die schriftliche Abgabe, D-De, §0, Nr. 27^+)

Beweise oder widerlege, dass ein zusammenhängender Graph genau dann bipartit ist, wenn es keine zwei benachbarten Ecken gibt, die den gleichen Abstand zu einer dritten Ecke haben.

Aufgabe 2 (D-De, §0, Nr. 28^+)

Finde eine Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft, dass für alle $k \in \mathbb{N}$ jeder Graph mit Durchschnittsgrad mindestens $f(k)$ einen bipartiten Teilgraphen mit Minimalgrad mindestens k hat. Welche untere Schranken für eine solche Funktion f können Sie angeben.

Aufgabe 3 (D-De, §0, Nr. 32)

Zeige, dass der Zyklenraum eines Graphen aufgespannt wird durch

(i) seine induzierten Kreise;

(ii) seine geodätischen Kreise.

(Ein Kreis $C \subseteq G$ heißt *geodätisch* in G, wenn für je zwei Ecken von C ihr Abstand in G nicht kürzer ist als ihr Abstand in C.)

Aufgabe 4 (D-De, §0, Nr. 39^+)

Beweise den Satz von Gallai, dass man die Kantenmenge eines Graphen G stets als disjunkte Vereinigung $E(G) = C \,\dot\cup\, F$ mit $C \in \mathcal{C}(G)$ und $F \in \mathcal{B}(G)$ schreiben kann.

Tipp: Für einen Induktionsbeweis über die Anzahl der Ecken bietet es sich an gleich eine Verallgemeinerung für Multigraphen zu zeigen.