Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht

WS 2010/11
14. Januar 2011

Graphentheorie

9. Serie

Besprechung am 21. Januar 2011

Aufgabe 1 (D-De, §8, Nr. 2) [2 Punkte]

Zeige, dass jeder eindeutig 3-kantenfärbbare kubische Graph einen Hamiltonkreis hat. („Eindeutig“ soll heißen, dass alle 3-Kantenfärbungen die gleiche Kantenpartition induzieren.)

Aufgabe 2 (D-De, §8, Nr. 3) [2 Punkte]

Zeige, dass es für jedes gerade $k > 0$ zu jedem $n \geq k$ einen k-regulären Graphen auf $2n+1$ Ecken gibt.

Aufgabe 3 (D-De, §8, Nr. 4) [2 Punkte]

Beweise oder widerlege die folgende Verschärfung von Proposition 8.1.2:
Jeder k-zusammenhängende Graph G mit $|G| \geq 3$ und $\chi(G) \geq |G|/k$ hat einen Hamiltonkreis.

Aufgabe 4 (D-De, §8, Nr. 11^- (ohne Minus im Buch)) [1 Punkt]

Finde einen zusammenhängenden Graphen G mit $|G| \geq 3$, für den G^2 keinen Hamiltonkreis enthält.

Aufgabe 5 (D-De, §8, Nr. 14^+) [6 Punkte]

Zeige mit Induktion nach $|G|$ (ohne den Satz von Fleischner), dass die dritte Potenz G^3 eines zusammenhängenden Graphen G zwischen je zwei Ecken einen Hamiltonweg enthält (und somit insbesondere einen Hamiltonkreis).

Aufgabe 6 (D-De, §6, Nr. 3^-) [1 Punkt]

Gibt es einen Graphen, der kantenmaximal ist ohne K^3-Minor aber nicht extremal?

Aufgabe 7 (D-De, §6, Nr. 5^+) [6 Punkte]

Bestimme für jedes $k > 0$ die extremalen Graphen ohne k unabhängige Kanten.

(Tipp: Satz 1.2.3 und Übung 18 Kapitel 1)