Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht

WS 2010/11
07. Januar 2011

# Graphentheorie

## *8. Serie*

**Besprechung am 14. Januar 2011**

**Aufgabe 1** (D-De, §4, Nr. 20) [2 Punkte]

Ersetze in der Definition von "$k$-konstruierbar" Axiome (ii) und (iii) durch

(ii)′ *Jeder Obergraph eines $k$-konstruierbaren Graphen sei $k$-konstruierbar*;

(iii)′ *Sind $x, y_1, y_2$ verschiedene Ecken von $G$ und $y_1y_2 \in E(G)$, und ist sowohl $G + xy_1$ als auch $G + xy_2$ $k$-konstruierbar, dann sei auch $G$ $k$-konstruierbar.*

Zeige, dass bezüglich dieser neuen Definition ein Graph genau dann $k$-kontrubierbar ist, wenn seine chromatische Zahl mindestens $k$ ist.

**Aufgabe 2** (D-De, §4, Nr. 22) [2 Punkte]

Zeige ohne Proposition 4.3.1, dass $\chi'(G) = k$ gilt für jeden $k$-regulären bipartiten Graphen $G$.

**Aufgabe 3** (D-De, §4, Nr. $24^+$) [6 Punkte]

Zeige, dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}$ einen $k$-chromatischen Graphen gibt, der kein Dreieck enthält.

**Aufgabe 4** (D-De, §5, Nr. $1^-$) [1 Punkt]

Beweise Proposition 5.2.1 mit Induktion nach $|S|$.

**Aufgabe 5** (Minusaufgabe$^-$) [1 Punkt]

Leite aus dem *max-flow min-cut theorem* (Satz 5.2.2 und Korollar 5.2.3) den Satz von König (Satz 1.1.1) her.

**Aufgabe 6** (D-De, §5, Nr. $3^+$) [6 Punkte]

Leite aus dem *max-flow min-cut theorem* (Satz 5.2.2 und Korollar 5.2.3) den Satz von Menger (Korollar 2.3.5) her.

(Tipp: Die Kantenversion ist einfach. Simuliere die Eckenversion durch Anwendung der Kantenversion auf einen geeigneten Hilfsgraphen.)

**Aufgabe 7** (D-De, §8, Nr. 1) [2 Punkte]

Einen orientierten vollständigen Graphen nennt man ein *Turnier*. (Warum wohl?) Zeige, dass jedes Turnier einen (gerichteten) Hamiltonweg enthält.