Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht

WS 2010/11
12. November 2010

Graphentheorie

4. Serie

Besprechung am 19. November 2010

Aufgabe 1 (D-De, §1, Nr. 32) [2 Punkte]

Leite den Satz von König (Satz 1.1.1) aus dem Satz von Dilworth (Korollar 1.5.2) her.

Aufgabe 2 (D-De, §2, Nr. 5^-) [1 Punkt]

Leite den Fall $k = 2$ des Satzes von Menger (Satz 2.3.1) aus Proposition 2.1.1 her.

Aufgabe 3 (D-De, §2, Nr. 8^-) [1 Punkt]

Zeige, dass für einen k-zusammenhängenden Graphen G und eine Kante $xy \in G$ genau dann G/xy wieder k-zusammenhängend ist, wenn $G - \{x, y\}$ mindestens $(k-1)$-zusammenhängend ist.

Aufgabe 4 (D-De, §2, Nr. 9) [2 Punkte]

Zeige, dass für jede Kante e eines 2-zusammenhängenden Graphen $G \neq K^3$ entweder $G - e$ oder G/e wiederum 2-zusammenhängend ist. Leite hieraus eine konstruktive Charakterisierung der 2-zusammenhängenden Graphen her, analog zu den Sätzen 2.2.3 und 2.2.5.

Aufgabe 5 (D-De, §2, Nr. 10^+) [6 Punkte]

Zeige, dass für jede Kante e eines 3-zusammenhängenden Graphen $G \neq K^4$ entweder $G \dot{-} e$ oder G/e wiederum 3-zusammenhängend ist.

Aufgabe 6 (D-De, §2, Nr. 14^+) [6 Punkte]

Ein Graph G heißt (Ecken-) *transitiv*, wenn zu je zwei Ecken v, w ein Automorphismus von G existiert, der v auf w abbildet. Zeige, dass jeder transitive Graph G mit $\kappa(G) = 2$ ein Kreis ist.

Aufgabe 7 (D-De, §2, Nr. 15) [2 Punkte]

Finde den Fehler im folgenden „einfachen Beweis“ des Satzes von Menger (Satz 2.3.1). Es sei X ein A–B-Trenner aus möglichst wenigen Ecken. Bezeichne mit G_A den Untergraphen von G, der durch X und all die Komponenten von $G - X$ induziert wird, die A treffen; entsprechend sei G_B definiert. Da jeder A–B-Weg X trifft, enthält G_A keinen A–X-Trenner aus weniger als $|X|$ Ecken. Mit Induktion nach $|G|$ enthält G_A daher $|X|$ disjunkte Wege von A nach X, und G_B enthält entsprechende X–B-Wege. Zusammen bilden diese Wege das gesuchte Wegesystem zwischen A und B.