Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht

WS 2010/11
28. Januar 2011

Graphentheorie

Zusatzserie

Besprechung am 04. Februar 2011

Aufgabe 1 (D-De, §7, Nr. 2^-) [1 Punkt]

Beweise den Fall $k = 2$ (aber Anzahl der Farben beliebig) von Satz 7.1.4 durch bloße Anwendung von Satz 7.1.1.

Aufgabe 2 (D-De, §7, Nr. 3) [2 Punkte]

Eine *arithmetische Progression* in den natürlichen Zahlen ist eine Zahlenfolge der Form $a, a+d, a+2d, a+3d\ldots$ mit $a, d \in \mathbb{N}$. Nach einem Satz von van der Waerden enthält bei jeder Partition der natürlichen Zahlen in zwei Klassen eine der beiden Klassen beliebig lange arithmetische Progressionen. Gibt es sogar immer eine unendliche arithmetische Progression in einer der Klassen?

Aufgabe 3 (D-De, §7, Nr. 7^+) [6 Punkte]

Zeige mit dem Satz von Ramsey, dass es zu $k, \ell \in \mathbb{N}$ stets ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, so dass jede Folge von n verschiedenen ganzen Zahlen eine aufsteigende Teilfolge der Länge $k+1$ oder eine absteigende Teilfolge der Länge $\ell+1$ enthält. Finde ein Beispiel, das $n > k\ell$ zeigt. Beweise dann den Satz von Erdős & Szekeres, dass $n > k\ell$ auch ausreicht.

Aufgabe 4 (D-De, §9, Nr. 1^-) [1 Punkt]

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zufallsgraph aus $G(n,p)$ genau m Kanten hat, für gegebenes m zwischen 0 und $\binom{n}{2}$?

Aufgabe 5 (D-De, §9, Nr. 3) [2 Punkte]

Wie groß ist für $r \in \mathbb{N}$ die mittlere Anzahl von K^r-Untergraphen in $G \in G(n,p)$?

Aufgabe 6 (D-De, §10, Nr. 5) [2 Punkte]

Zeige, dass die endlichen Bäume durch die Teilgraphenrelation nicht wohlquasigeordnet sind.