Extremale Graphentheorie

1. Serie

Besprechung am 21. April 2016

Aufgabe 1
Zeige, dass jeder Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ und $|E| \geqslant n^2/4 + 1$ mindestens $\lfloor n/2 \rfloor$ Dreiecke enthält.

Aufgabe 2
Zeige, dass jeder Graph $G = (V, E)$ mindestens

$$\frac{|E|}{3|V|}\big(4|E| - |V|^2\big)$$

Dreiecke enthält.

Aufgabe 3
Verallgemeinere den Satz von Kövari, Sós und Turán für Hypergraphen.

(i) Zeige, dass für alle k, $s \in \mathbb{N}$ und $c > 0$ ein n_0 existiert, so dass jeder k-uniforme Hypergraph $H = (V, E)$ mit $|V| = n \geqslant n_0$ und $|E| \geqslant cn^k$ eine Kopie des vollständig k-partiten k-uniformen Hypergraphen mit Eckenklassen der Größe s enthält.

(ii) Stimmt die Aussage auch dann, wenn nur $|E| \geqslant n^{k-\delta}$ für ein geeignetes $\delta > 0$ gefordert wird.

Aufgabe 4
Zeige, dass für jeden Graph F mit ℓ Ecken und jedes $\varepsilon > 0$, $\delta > 0$ und n_0 existieren, so dass jeder Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = n \geqslant n_0$ und $|E| \geqslant (\pi(F) + \varepsilon)\binom{n}{2}$ mindestens δn^ℓ Kopien von F enthält.