

Übungen zur Diskreten Mathematik (Lehramt GM/So)

WiSe 06/07

W. Huang und H.-J. Samaga

Blatt 5

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

18. Der *Hammingabstand* zweier Codewörter c_1, c_2 eines Codes ist definiert als die Anzahl der Stellen, in denen sich c_1 und c_2 unterscheiden. Bestimme den kleinsten Hammingabstand zweier verschiedener Codewörter des Paritätscodes $C(3, 2)$. Welchen Bedeutung hat diese Zahl für die Fehlererkennung?
19. Gesucht sind alle Codewörter des Gruppencodes der Länge $n = 2$ über der Gruppe $(\mathbb{Z}_3, +_3)$
 - a) mit Kontrollsymbol $c = 0$, ohne Permutationen
 - b) mit Kontrollsymbol $c = 1$, mit Permutationen $\pi_1 = (0\ 1)$, $\pi_2 = (1\ 2)$.
20. Die Permutation $\pi = (0\ 1\ 5\ 8\ 9\ 4\ 2\ 7)(3\ 6)$ spielt eine wichtige Rolle bei der Berechnung der Prüfziffer bei den alten DM-Geldscheinen. Bestimme ohne großen Rechenaufwand π^3 und das kleinste $n \in \mathbb{N}$ mit $\pi^n = id$.
21. Wir üben den Umgang mit linearen Codes: Person A wählt eine Nachricht aus $\{0, 1\}^4$ aus, codiert sie zu einem Codewort des linearen $(7, 4)$ -Codes, ändert dies Codewort an genau einer Stelle ab und übergibt das fehlerhafte Codewort an Person B, die die ursprüngliche Nachricht bestimmen soll. (Man benutze die Kontrollmatrix H aus der Vorlesung!)
22. Wahr oder falsch?
 π aus Aufgabe 20 ist kein Automorphismus der Diedergruppe D_5 .

B: Übungsaufgaben

14. Sei C der Gruppencode der Länge $n = 3$ über der Gruppe $(\mathbb{Z}_3, +_3)$ mit Kontrollsymbol $c = 0$ und den Permutationen $\pi_1 = (0\ 1\ 2)$ und $\pi_2 = (0\ 2)$; π_3 ist unbekannt. Beweise oder widerlege:
 - a) $(1, 2, 2) \in C \Rightarrow (0, 1, 1) \notin C$
 - b) $(1, 2, 2) \in C \Rightarrow (0, 1, 2) \in C$
 - c) $(1, 2, 2), (0, 2, 0) \in C \Rightarrow \pi_3$ ist eindeutig bestimmt.
15. Beweise den Satz der Vorlesung: Jeder Gruppencode mit Permutationen erkennt alle Einzelfehler.
16. Diese Aufgabe kann nicht mit Hilfsmitteln aus der Vorlesung gelöst werden, gefragt ist die Fähigkeit, sich geeignete Informationen zu beschaffen und diese auszuwerten:
 - a) Auf den Euro-Geldscheinen findet man einen Buchstaben, gefolgt von mehreren Ziffern (z.B. X03339149519). Welche Codierungsmethode steckt hinter diesen Zeichen? Was bedeutet der Buchstabe? Welche anderen Buchstaben sind möglich? Ist das obige Beispiel korrekt?
 - b) Im nächsten Jahr wird der bisher übliche ISBN-10-Code durch den ISBN-13-Code ersetzt. Ist dieser Code ebenfalls ein Paritätscode? Welche Gewichte liegen vor? Worin unterscheidet er sich von dem alten Code?

Abgabe der Übungsaufgaben : Dienstag, 28. November 06, in den Übungen.