

Übungen Modul Grundlagen der Mathematik

WS 09/10

H. König und H.-J. Samaga

Blatt 4

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

14. Sei $A = \{a, b, c\}$. Welche der Eigenschaften (r) , (s) , (t) , (as) besitzen die Relationen $R_1 = \{(c, c)\}$, $R_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b)\}$ und $R_3 = \{(b, c), (a, b), (c, b)\}$?
15. Sei $\mathbb{R}^* := \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Wir definieren auf $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ die Relation $(r, s) \sim (u, v) : \iff rv = su$.
- a) Beweise oder widerlege: $(2, 4) \sim (4, 2)$, $(-2, \frac{1}{2}) \sim (8, -2)$.
- b) Was muss man tun, wenn man die Symmetrie dieser Relation überprüfen will?
16. Beweisen oder widerlege für die Relation $R := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a^2 + b = a(b + 1)\}$:
 $R = \{(1, a), (a, a) \mid a \in \mathbb{N}\}$. Ist diese Relation antisymmetrisch?
17. Wahr oder falsch?
- a) Die \subseteq -Relation ist eine Ordnungsrelation.
- b) Die zur Gleichheitsrelation gehörende Partition besteht aus nur einer Klasse.
- c) Es gibt mehr als 500 verschiedene Relationen auf der Menge $A = \{a, b, c\}$.
- d) Die Relation $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 0\}$ ist eine Äquivalenzrelation.
- e) Die Relation $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy < 0\}$ ist transitiv.

B: Übungsaufgaben

10. Sei $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Geben Sie für jede mögliche Kombination der Eigenschaften (r) , (s) , (t) eine Relation $R \subseteq A \times A$, $R \neq \emptyset$, an, die genau diese Eigenschaften besitzt.
11. Geben Sie alle möglichen Ordnungs- und alle möglichen Äquivalenzrelationen auf der Menge $A = \{x, y, z\}$ an.
12. Sei \sim die Relation aus Aufgabe A 15.
- a) Gesucht ist ein Beispiel für ein Zahlenpaar $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $a < 0 < b$, mit $(a, b) \sim (2, -3)$. Für welche $c \in \mathbb{R}^*$ ist $(c, 1) \sim (4, c)$? Gilt für Ihr Beispiel $(a, b) \sim (c, 1)$?
- b) Beweisen Sie, dass es sich bei \sim um eine Äquivalenzrelation handelt.
- c) Zu jeder Äquivalenzrelation gehört bekanntlich eine Partition. Gesucht sind alle Elemente der Klasse, in der $(-2, 2)$ liegt.
- d) (Freiwillig, zwei Zusatzpunkte:) Gesucht ist eine geeignete zeichnerische Veranschaulichung (kein Mengendiagramm!) dieser Partition.

Abgabe der B – Aufgaben : Montag, 16. November 09