

# Übungen zu Mathematik III (Lehramt GM/So)

WiSe 07/08

H. König und H.-J. Samaga

Blatt 9

## A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

36. Es geht um die Funktion  $f : \mathbb{R}[-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := |x|$  für  $x \in \mathbb{Q}$  und  $f(x) := 1$  andernfalls.
- Skizziere den Graphen dieser Funktion.
  - Existieren  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  oder  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ?
  - An welchen Stellen ist die Funktion stetig?
37. Es geht um die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := |\operatorname{sgn}(x)|$ .
- Existiert  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ?
  - Ist  $f$  an der Stelle  $x_0 = 0$  stetig?
38. Eine Frage zum mathematischen Allgemeinwissen: Existiert  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$ ?
39. Wahr oder falsch?
- $\mathbb{R} = [-\infty, \infty]$
  - Wenn für eine Funktion  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  existiert, so ist  $f$  an der Stelle  $x_0$  stetig.
  - Wenn eine Funktion  $f$  an einer Stelle  $x_0$  stetig ist, so existiert  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ .

## B: Übungsaufgaben

25. Es geht um die Funktion  $f(x) := \sin(\frac{1}{x})$ .
- Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  für  $\frac{2}{11\pi} \leq x \leq \frac{2}{\pi}$ .
  - Zeigen Sie mit Hilfe einer geschickt gewählten Folge, dass  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  nicht existiert.
26. Es geht um die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \max\{z \in \mathbb{Z} \mid z \leq |x|\}$ .
- Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  für  $-3 \leq x \leq 3$ .
  - Gesucht sind unendlich viele Stellen  $x_0 \in \mathbb{R}$ , an denen  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  nicht existiert.
  - Gesucht sind alle ganzzahligen Stellen, an denen  $f$  stetig ist.
27. a) Beweisen Sie für stetige Funktionen  $f$  und  $g$ , dass auch die Funktion  $f \cdot g$  stetig ist.  
b) Beweisen Sie: Ist  $f$  an einer Stelle  $x_0$  stetig und  $g$  an dieser Stelle unstetig, so ist  $f + g$  an dieser Stelle ???

Abgabe der Übungsaufgaben : Dienstag, 8. Januar 08, in den Übungen

**C: Eine Knobelaufgabe für lange Weihnachtsabende, ohne Punktwertung:** Zerlege ein Quadrat in möglichst wenige spitzwinklige Dreiecke (jeder Winkel muss kleiner als 90 Grad sein.)

Wir wünschen allen Studierenden ein besinnliches Weihnachtsfest und ein erfolgreiches Jahr 2008!