

Übungen zu Mathematik III (Lehramt GM/So)

WiSe 07/08

H. König und H.-J. Samaga

Blatt 7

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

27. Wir zeichnen ein von-Koch-Quadrat nach den Regeln aus der Vorlesung (Ausgangspunkt ist ein Quadrat der Seitenlänge $s = 9$ cm):
1) Drittel alle Quadratseiten 2) Errichte auf den mittleren Abschnitten Quadrate (nach außen)
3) Weiter mit 1)
Zeichne die ersten zwei Iterationen und bestimme Umfang und Inhalt der entstandenen Fläche!
28. Auf einem einen Meter langen, unendlich elastischen Gummiband läuft ein Käfer vom Anfang A in Richtung Ende E . Nachdem er 50 cm zurückgelegt hat, wird das Band um einen Meter gestreckt; dieser Vorgang wiederholt sich jedesmal, wenn der Käfer erneut 50 cm weitergekrabbelt ist. Erreicht der Käfer E ? (Falls ja: Nach wievielen Streckungen?)
29. Wir stapeln drei identische 30 cm lange Mauersteine übereinander.
a) Wie groß kann der Überhang bei zwei Steinen maximal werden, ohne dass der Turm umfällt?
b) Wir haben zwei Steine mit maximalem Überhang gestapelt. Kann man den Überhang durch Hinzufügen des dritten Steines erhöhen?
c) Wie groß ist der maximale Überhang bei drei Steinen?
30. Wahr oder falsch?
Bei geschickter Vorgehensweise und beliebig vielen 30 cm langen Mauersteinen wird ein Überhang jeder Größe erreicht.

B: Übungsaufgaben

19. Es geht um das von-Koch-Quadrat aus Aufgabe **A 27**, jetzt aber mit beliebiger Seitenlänge s :
a) Suchen Sie eine Formel für den Flächeninhalt nach der n -ten Iteration und beweisen Sie, dass sich für $n \rightarrow \infty$ die Fläche des Ausgangsquadrates verdoppelt.
b) Bestimmen Sie Umfang und Flächeninhalt für $n \rightarrow \infty$, wenn die Konstruktionsvorschrift verlangt, dass die zu errichtenden Quadrate *nach innen* gezeichnet und weggewischt werden.
20. Der Käfer aus Aufgabe **A 28** schafft immer nur 5 cm, bevor das Band um jeweils einen Meter gestreckt wird. Beweisen oder widerlegen Sie: Der Käfer erreicht E nach einer endlich langen Zeit. (Er möge notfalls beliebig lange leben.)
21. Untersuchen Sie auf Konvergenz und geben Sie bei einer der Reihen den Grenzwert an:
a) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-2)^k}{3^{k+3}5^{k-1}}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\sqrt{k})}{k^3}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2k}}$

Abgabe der Übungsaufgaben : Dienstag, 11. Dezember 07, in den Übungen.