Übungen Modul Grundbildung Lineare Algebra und analytische Geometrie

SoSe 10 J. Mylosz und H.-J. Samaga **Blatt 6**

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

22. Ergänze folgenden Lückentext:

Sei $(V, \_\_, \_\_)$ ein reeller Vektorraum. $v_1, \ldots, v_n \in \_\_$ heißen linear __________ $\iff$

$\exists\, \alpha_i \in \_\_\_\_, \quad i \in \{1, \ldots, \_\_\}$ mit $\_\_ = \alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_n v_n$.

23. Bestimme in $\mathbb{R}^2$ die lineare Hülle von $(4,6), (2,3)$.

24. Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Vektoren aus $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig:
$((1,0,0),\ (1,1,0),\ (2,0,a))$?

25. Wahr oder falsch?

a) Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ gibt es Unterräume U_1, U_2, U_3 mit $U_1 \cap U_2 \cap U_3 = \emptyset$.

b) Die Vereinigung von linearen Hüllen ist stets eine lineare Hülle.

c) Für alle Vektoren u, v gilt stets $L(u,v) = L(v,u)$.

d) Es gilt (u,v,w) linear abhängig $\Rightarrow$ (u,v) linear abhängig oder (u,w) linear abhängig oder (v,w) linear abhängig.

e) Für $f \in (\mathrm{Abb}\,([0,1],\mathbb{R}), +, \cdot)$ mit $f(x) := 2x$ gilt $f \in L(g)$ mit $g(x) := 3x$.

B: Übungsaufgaben

16. Gesucht sind von $B = L((1,2,1))$ verschiedene Untervektorräume $A, C \subseteq \mathbb{R}^3$ mit

a) $(A \cap B) \cup C$ ist [kein] Untervektorraum (je ein Beispiel)

b) $(A \cup B) \cap C$ ist [kein] Untervektorraum (je ein Beispiel).

17. Untersuche im $\mathbb{R}^4$ auf lineare (Un)abhängigkeit:

a) $(1,0,1,1),\ (0,1,0,1),\ (1,1,1,2)$

b) $(1,1,1,0),\ (1,0,1,0),\ (1,0,0,0)$

c) $(0,1,2,2),\ (1,2,2,0),\ (2,2,0,1),\ (3,0,1,2)$.

18. Es geht ein letztes Mal um den Vektorraum $(\mathrm{Abb}\,([0,1],\mathbb{R}), +, \cdot)$. Beweisen oder widerlegen Sie für die Abbildungen f_1, f_2, g, h, definiert durch $f_i(x) := 2x^i + 5,\ g(x) := 5x,\ h(x) := x - 7$:

a) $f_1 \in L(g,h)$ b) $g \in L(f_1, f_2)$

Hinweis: $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i x^i = \sum\limits_{i=0}^{n} b_i x^i \iff a_i = b_i \ \forall i = 0, \ldots, n$

Abgabe der Übungsaufgaben am 31.5. nach der Vorlesung bzw. in den Übungen.