Übungen Modul Grundbildung Lineare Algebra und analytische Geometrie

SoSe 10 J. Mylosz und H.-J. Samaga **Blatt 11**

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

42. Eine Matrix $A = (a_{ij}) \in M(k \times k)$ sei gegeben durch $a_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{falls } i + j = k + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

Bestimme A und $|A|$ für $k = 2, 3, 4$.

43. Berechne die Determinante von $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$.

44. Für welche Zahlen a und b besitzt das LGS $Ax = b$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix}$

genau eine bzw. keine bzw. mehrere Lösungen?

45. Wahr oder falsch?

a) Die Zeilen einer Matrix $A \in M(5 \times 4)$ sind immer linear abhängig.

b) Kein homogenes LGS hat mehr Gleichungen als Unbekannten.

c) Ein LGS mit mehr Gleichungen als Unbekannte kann nicht eindeutig lösbar sein.

d) Für jedes LGS $Ax = b$ ist $\operatorname{rg}(A, b) \geq \operatorname{rg}(A)$.

B: Übungsaufgaben

31. Berechnen Sie alle Determinanten für die Matrizen aus **A 42.** (also für beliebiges $k \in \mathbb{N}$).

32. Bestimmen Sie den Rang der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 2 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & c \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von $c \in \mathbb{R}$.

(Mit Herleitung, z.B. durch elementare Umformung auf Stufenform)

33. (∗) Gegeben ist das LGS $Ax = b$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \end{pmatrix}$.

a) Gesucht sind alle $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\operatorname{rg} A = 1$ (mit Begründung).

b) Gesucht sind alle Zahlen $\alpha = \beta$ mit $\operatorname{rg}(A) = \operatorname{rg}(A, b)$ (mit Begründung).

c) Gesucht sind alle Möglichkeiten für α und β, bei denen das LGS genau eine bzw. keine bzw. mehrere Lösungen besitzt oder Gründe, warum das nicht möglich ist.

Abgabe der Übungsaufgaben am 5.7. nach der Vorlesung bzw. in den Übungen. Bitte beachten Sie: Nicht–Bearbeitung von (∗)–Aufgaben bedeutet Minuspunkte!