

Übungen Modul Grundbildung Lineare Algebra und analytische Geometrie

SoSe 10

J. Mylosz und H.-J. Samaga

Blatt 10

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

38. Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ invertierbar? Bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix.
39. Bestimme den Rang der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ mit Hilfe von elementaren Umformungen.
Berechne $|A|$ und – wenn möglich – A^{-1} .
40. $A \in M(k \times k)$ heißt *symmetrisch*, falls $a_{ij} = a_{ji}$ für alle $i, j \in \{1, \dots, k\}$ gilt. A heißt *schief-symmetrisch*, falls analog $a_{ij} = -a_{ji}$ gilt. Gib für $k = 2$ je eine symmetrische und eine schief-symmetrische Matrix an. Gibt es Matrizen mit beiden Eigenschaften?
41. Wahr oder falsch?
a) Die Spalten einer Matrix $A \in M(5 \times 6)$ sind immer linear abhängig.
b) Jede reguläre Matrix ist quadratisch.
c) Jede quadratische Matrix ist regulär.
d) $A = A^{-1} \Rightarrow A = E$.

B: Übungsaufgaben

28. Sei $A_a = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie, für welche $a \in \mathbb{R}$ die Matrix A_a invertierbar ist, und geben Sie für diese a die inverse Matrix A_a^{-1} an.
29. Beweisen oder widerlegen Sie:
a) $A \in M(3 \times 3)$ schief-symmetrisch $\Rightarrow A$ nicht regulär.
b) $A \in M(4 \times 4)$ schief-symmetrisch $\Rightarrow A$ nicht regulär.
30. Beweisen Sie: Jede Matrix $A \in M(k \times k)$ ist die Summe einer symmetrischen und einer schief-symmetrischen Matrix.
Hinweis: Für $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M(k \times l)$ ist $A + B := (a_{ij} + b_{ij}) \in M(k \times l)$.

Abgabe der Übungsaufgaben am 28.6. nach der Vorlesung bzw. in den Übungen.