

## Übungen Modul Grundlagen der Mathematik

WS 09/10

H. König und H.-J. Samaga

Blatt 14

### A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen zum Stoff des gesamten Semesters

53. Gesucht ist für endliche Mengen  $A$  und  $B$  ein Zusammenhang zwischen  $|A|$ ,  $|B|$ ,  $|A \cup B|$  und  $|A \cap B|$ .
54. Sei  $A = \{a, b, c\}$ . Welche der Eigenschaften  $(r)$ ,  $(s)$ ,  $(t)$ ,  $(as)$  besitzt die Relation  $R = \{(a, b), (b, c), (a, c), (c, a)\}$ ?
55. Welche Äquivalenzrelation gehört zur Partition mit den Mengen  $\{a, c\}$ ,  $\{b\}$ ,  $\{d, e\}$ ?
56. Wieviele Elemente haben  $A$  und  $B$ , wenn es genau 20 Abbildungen  $f : A \rightarrow B$  gibt?
57. Seien  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f((x, y)) := x - y$  und  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  gegeben durch  $g((x, y)) := (x + y, x - y)$ . Gesucht sind  $f^{-1}(\{1\})$  und  $g^{-1}(\{(1, 1)\})$ .
58. Beweise durch vollständige Induktion  $\sum_{k=2}^n 2^k = 2^{n+1} - 4$ .
59. Gesucht sind alle  $x \in \mathbb{R}^*$  mit  $x < \frac{1}{x}$ .
60. Für welche  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt  $a^2 < ab$ ?
61. Sei  $L := \left\{ \frac{2}{x^2+3} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$  und  $M := \left\{ \frac{2}{x^2-3} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ . Gesucht sind  $\inf L$ ,  $\min L$ ,  $\sup L$ ,  $\max L$ ,  $\inf M$ ,  $\min M$ ,  $\sup M$ ,  $\max M$  (ohne Beweis).
62. Bestimme  $\text{kgV}(297, 108)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.
63. Schreibe 333 im 5- und 12-System.
64. Sei  $z = 2 - 5i$ , gesucht ist  $|z|$  und der Imaginärteil von  $z^{-1}$ .
65. Beweise oder widerlege:  $\mathbb{C}$  ist kein angeordneter Körper.
66. Wahr oder falsch?
  - a)  $|A \times A|$  kann keine Primzahl sein.
  - b) Es gibt für endliche Mengen  $A$  und  $B$  immer genau so viele Abbildungen von  $A$  nach  $B$  wie von  $B$  nach  $A$ .
  - c) Für Bijektionen  $f$  und  $g$  gilt immer  $f \circ g = g \circ f$ .
  - d) Es gibt eine surjektive Abbildung von  $\mathbb{Q}$  nach  $\mathbb{R}$ .

Die nicht behandelten Aufgaben können am Donnerstag bei der Aufgabenbetreuung bearbeitet werden!