

# Übungen Modul Grundlagen der Mathematik

WS 09/10

H. König und H.-J. Samaga

Blatt 12

## A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

43. Ergänze folgende Gleichung:  $(x + i \cdot \underline{\quad}) \cdot (u + iv) = (\underline{\quad} - yv) + i(\underline{\quad})$ .
44. Beweise das Kommutativgesetz für die Addition komplexer Zahlen.
45. Sei  $z_1 = 2 - i$  und  $z_2 = 3 + 2i$ . Gesucht sind  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ , ferner der Betrag von  $z_1$ , die konjugiert komplexe Zahl zu  $z_2$ , der Realteil von  $z_1^2$  und der Imaginärteil von  $z_2^{-1}$ .
46. Gesucht sind alle Glieder der Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_n := i^n$ .
47. Wahr oder falsch?
- Der Imaginärteil einer komplexen Zahl ist stets reell.
  - Jede reelle Zahl ist gleichzeitig eine komplexe Zahl.
  - Für die imaginäre Einheit  $i$  gilt  $i^4 = i^8$ .

## B: Übungsaufgaben

34. Beweisen Sie für komplexe Zahlen
- das Assoziativgesetz der Multiplikation
  - das Distributivgesetz.
35. Ein Stab der Länge 12 soll so in zwei Teile  $a, b$  unterteilt werden, dass das Dreieck mit Grundseite  $a$  und Höhe  $b$  den Flächeninhalt 16 hat.
- Ist das Problem mit reellen Zahlen lösbar?
  - Gesucht ist der größte Flächeninhalt, für den das Problem mit reellen Zahlen lösbar ist.
36. a) (\*) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von  $z^{-1}$  für  $z = 3 - 5i$
- b) (\*) Bestimmen Sie das kleinste  $n \in \mathbb{N}$  mit  $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n = 1$  oder begründen Sie, warum es so ein  $n$  nicht geben kann.
- c) Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $i^n = i^{n+4}$ ? (Mit Beweis)

Abgabe der B – Aufgaben : Montag, 25. Januar 10