

# Übungen Modul Grundlagen der Mathematik

WS 09/10

H. König und H.-J. Samaga

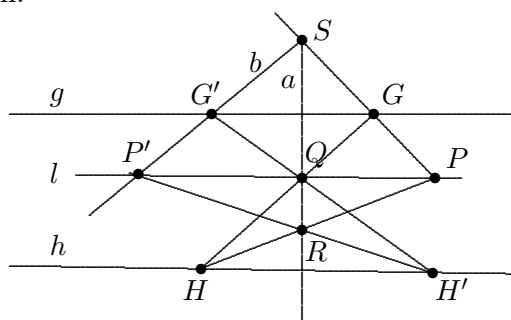
Blatt 1

## A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

1. Etwas zum Knobeln: Gegeben seien vier äußerlich identische Kugeln, von denen drei das gleiche Gewicht haben; eine Kugel habe ein anderes Gewicht. Wie findet man mit einer Balkenwaage durch maximal zweimaliges Wiegen die Kugel mit dem abweichenden Gewicht heraus?
2. In der Vorlesung wurde bewiesen:  $\sqrt{2}$  ist keine rationale Zahl. Was gilt für  $\sqrt{3}$  oder für  $\sqrt{4}$ ?
3. Wenn eine natürliche Zahl  $k$  beim Teilen durch 5 den Rest 3 hat, welchen Rest hat dann  $k^2$  beim Teilen durch 5?
4. Sei  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$  gegeben durch  $f(z) = 2z + 2$ , falls  $z \geq 0$ , und  $f(z) = -(2z + 1)$  sonst. Gesucht sind  $f(5)$  und  $f(-3)$ . Gibt es eine ganze Zahl, die auf 6 bzw. 9 abgebildet wird?
5. Wahr oder falsch?
  - a) Das Quadrat einer ungeraden natürlichen Zahl ist ungerade.
  - b) Genau dann wenn beim Teilen einer natürlichen Zahl durch 3 der Rest 1 bleibt, gilt dies auch für ihr Quadrat.
  - c) Alle Mengen mit unendlich vielen Elementen sind gleichmächtig.

## B: Übungsaufgaben

1. Beweisen Sie die Aufgabe **A 1** für zwölf Kugeln – davon eine mit abweichendem Gewicht – und maximal dreimaliges Wiegen.  
Zusatzfrage (freiwillig gegen zwei Zusatzpunkte): Wie oft muß man mindestens wiegen, wenn 12 von 13 Kugeln das gleiche Gewicht haben?
2. (\*) Beweisen Sie:  $\sqrt{5}$  ist keine rationale Zahl.
3. Es wird der Abschnitt über das geometrische Problem aus der Vorlesung mit den dort gegebenen Bezeichnungen benötigt: Beweisen oder widerlegen Sie: Der Punkt  $Q$  muss auf der Geraden durch  $P$  und  $P'$  liegen:



Abgabe der Übungsaufgaben am 26.10. nach der Vorlesung bzw. in den Übungen. Bitte beachten Sie: Nicht-Bearbeitung von (\*)-Aufgaben bedeutet Minuspunkte!