

Übungen Modul Grundlagen der Mathematik

WS 09/10

H. König und H.-J. Samaga

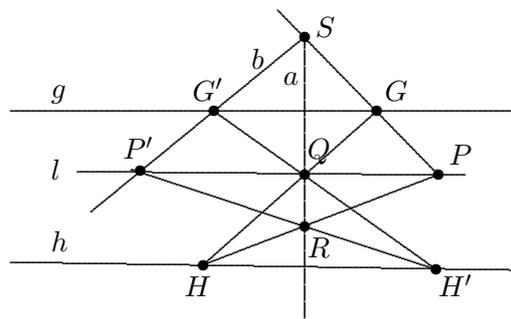
Blatt 1

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

1. Etwas zum Knobeln: Gegeben seien vier äußerlich identische Kugeln, von denen drei das gleiche Gewicht haben; eine Kugel habe ein anderes Gewicht. Wie findet man mit einer Balkenwaage durch maximal zweimaliges Wiegen die Kugel mit dem abweichenden Gewicht heraus?
2. In der Vorlesung wurde bewiesen: $\sqrt{2}$ ist keine rationale Zahl. Was gilt für $\sqrt{3}$ oder für $\sqrt{4}$?
3. Wenn eine natürliche Zahl k beim Teilen durch 5 den Rest 3 hat, welchen Rest hat dann k^2 beim Teilen durch 5?
4. Sei $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ gegeben durch $f(z) = 2z + 2$, falls $z \geq 0$, und $f(z) = -(2z + 1)$ sonst. Gesucht sind $f(5)$ und $f(-3)$. Gibt es eine ganze Zahl, die auf 6 bzw. 9 abgebildet wird?
5. Wahr oder falsch?
 - a) Das Quadrat einer ungeraden natürlichen Zahl ist ungerade.
 - b) Genau dann wenn beim Teilen einer natürlichen Zahl durch 3 der Rest 1 bleibt, gilt dies auch für ihr Quadrat.
 - c) Alle Mengen mit unendlich vielen Elementen sind gleichmächtig.

B: Übungsaufgaben

1. Beweisen Sie die Aufgabe **A 1** für zwölf Kugeln – davon eine mit abweichendem Gewicht – und maximal dreimaliges Wiegen.
Zusatzfrage (freiwillig gegen zwei Zusatzpunkte): Wie oft muß man mindestens wiegen, wenn 12 von 13 Kugeln das gleiche Gewicht haben?
2. (*) Beweisen Sie: $\sqrt{5}$ ist keine rationale Zahl.
3. Es wird der Abschnitt über das geometrische Problem aus der Vorlesung mit den dort gegebenen Bezeichnungen benötigt: Beweisen oder widerlegen Sie: Der Punkt Q muss auf der Geraden durch P und P' liegen:



Abgabe der Übungsaufgaben am 26.10. nach der Vorlesung bzw. in den Übungen. Bitte beachten Sie: Nicht-Bearbeitung von (*)-Aufgaben bedeutet Minuspunkte!