

Übungen zur Diskreten Mathematik (Master LAPSI)

WiSe 11/12

H.-J. Samaga und L. Selk

Blatt 7

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

18. Welche der folgenden Codes sind Linearcodes? Falls ja, gib jeweils die zugehörigen Werte (n, k) , den Minimalabstand, eine Basis und eine Generatormatrix an:
- a) $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2$: $C_1 := \{00, 01, 10, 11\}$, $C_2 := \{000, 101, 010\}$, $C_3 := \{0000, 1010, 1100, 0110\}$
- b) $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_3$: $C_1 := \{00, 01, 02\}$, $C_2 := \{000, 102, 201\}$, $C_3 := \{000, 012, 120, 201\}$
19. Wir üben den Umgang mit linearen Codes: Person A wählt eine Nachricht aus $\{0, 1\}^4$ aus, codiert sie zu einem Codewort des linearen $(7, 4)$ -Codes, ändert dies Codewort an höchstens einer Stelle ab und übergibt das fehlerhafte Codewort an Person B, die die ursprüngliche Nachricht bestimmen soll. (Man benutze die Kontrollmatrix H aus der Vorlesung, siehe unten!)
Was passiert, wenn mehr als ein Fehler passiert? (Beispiel?)
20. Es geht um den Code $C = \{xyxyz \mid x, y \in \{0, 1\}, z = x +_2 y\}$
- a) Gesucht sind alle Elemente von C und $d_{\min}(C)$
- b) C ist linear (dies ist nicht zu zeigen), d.h., C ist ein Untervektorraum von V . Gesucht sind die Dimensionen k von C und n von V , eine Basis von C und eine Generatormatrix G .
21. Findige Mathematiker haben einen $(11, 6)$ – Linearcode über dem Körper \mathbb{Z}_3 entdeckt, zu dem folgende Generatormatrix gehört:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Was ist die Informationsrate dieses Codes? Wie groß ist der Hammingabstand von zwei Zeilenvektoren? Was könnte der Minimalabstand sein? Wie verhält sich dieser Code in Bezug auf Fehlerkorrektur?
- b) Codiere die Nachricht 200211.

Übungsaufgaben nächste Seite

Generatormatrix G und Kontrollmatrix H zu Aufgabe 19:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

B: Übungsaufgaben

15. Es geht einmal mehr um den Paritätscode $C(3, 2)$. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass dieser Code auch als Gruppencode aufgefasst werden kann. Ist er auch ein Linearcode?

Falls Nein: Begründung?

Falls Ja: Gesucht sind (n, k) , eine Basis, eine Generatormatrix (jeweils ohne Herleitung) und die Kontrollmatrix (mit Herleitung, Hinweis: Benutze die Aussage von Satz 3.4.4).

16. Es geht um den Code aus Aufgabe A 21.

C besitzt die Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Decodiere die drei empfangenen Nachrichten 00102122000, 12000020010, 20110110112.

(Hinweis: Pro Nachricht sind maximal zwei Fehler passiert.)

- b) (Freiwillig, ein Zusatzpunkt) Welcher einfache Zusammenhang besteht zwischen den Elementen der Matrizen G und H ?

17. Diese Aufgabe kann nicht mit Hilfsmitteln aus der Vorlesung gelöst werden, gefragt ist die Fähigkeit, sich geeignete Informationen zu beschaffen und diese auszuwerten:

a) Auf den Euro-Geldscheinen findet man einen Buchstaben, gefolgt von mehreren Ziffern (z.B. X03339149519). Welche Codierungsmethode steckt hinter diesen Zeichen? Was bedeutet der Buchstabe? Ist das obige Beispiel korrekt?

b) Auch bei den europäischen Eisenbahnen wird codiert. Seit dem Jahre 2007 sind alle Triebfahrzeuge durch eine Nummern- und Buchstabenkombination gekennzeichnet, beispielsweise findet man auf einer E-Lok der Deutschen Bundesbahn die Angabe 91 80 6143 958-7 D-DB.

Welche Methode wird hier benutzt?

Abgabe von zwei der drei Übungsaufgaben : Dienstag, 6. Dezember, in den Übungen. Welche Aufgaben zu behandeln sind, wird in den Übungen mitgeteilt.