Übungen zur Diskreten Mathematik (Master LAPSI)

WiSe 11/12 H.-J. Samaga und L. Selk **Blatt 6**

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

18. Finde das jeweilige Kontrollzeichen:

a) Alte ISBN: 3-528-06419-? b) Neue ISBN: 978-3-941757-23-?

19. Wir üben die Zykelschreibweise für Permutationen:

a) Schreibe die Abbildung $1 \mapsto 3,\ 2 \mapsto 2,\ 3 \mapsto 4,\ 4 \mapsto 1$ in Zykelschreibweise.

b) Was sind die Bilder von 1,2,3,4,5 bei der Abbildung $(2,5,1) \circ (3,2,1)$?

20. Jeder Paritätscode $C(n,q)$ mit Gewichten g_i und $\mathrm{ggT}\,(g_i,q) = 1$ kann als Gruppencode über $(Z_q, +_q)$ mit Kontrollsymbol $c = 0$ aufgefasst werden.

Welche Permutation π_2 gehört in diesem Sinn zum Code $C(3,5)$ mit Gewichten $3,2,1$?

21. Gesucht sind alle Codewörter des Gruppencodes der Länge $n = 2$ über der Gruppe $(\mathbb{Z}_3, +_3)$

a) mit Kontrollsymbol $c = 0$, ohne Permutationen

b) mit Kontrollsymbol $c = 1$, mit Permutationen $\pi_1 = (0,1,2),\ \pi_2 = (1,2)$.

B: Übungsaufgaben

13. Sei C der Gruppencode der Länge $n = 3$ über der Gruppe $(\mathbb{Z}_3, +_3)$ mit Kontrollsymbol $c = 0$ und den Permutationen $\pi_1 = (0,1,2)$ und $\pi_2 = (0,2)$; π_3 ist unbekannt. Beweise oder widerlege:

a) $(1,2,2) \in C \ \Rightarrow\ (0,1,1) \in C$

b) $(1,2,2) \in C \ \Rightarrow\ (0,1,2) \in C$

c) $(1,2,2), (0,2,0) \in C \ \Rightarrow\ \pi_3$ ist eindeutig bestimmt.

14. Es geht um die sogenannte *Diedergruppe*

$$D_3 := \{1 := id,\ 2 := (1,2,3),\ 3 := (1,3,2),\ 4 := (1,2),\ 5 := (1,3),\ 6 := (2,3)\}$$

Wir wollen den Gruppencode C der Länge $n = 3$ über D_3 mit Kontrollsymbol $c = 1$ benutzen, um Ergebnisse zweimaligen Würfelns zu übertragen.

Beispiel: Codiere den Wurf 2,4: 2 entspricht der Abbildung $(1,2,3)$ usw., daher ist gesucht $x \in D_3$ mit $(1,2,3) \circ (1,2) \circ x = id \iff (1,3) \circ x = id \iff x = (1,3) = 5$, das gesuchte Codewort ist 2 4 5.

a) Beweise oder widerlege: $2\,3\,2 \in C$

b) Bestimme $x \in D_3$ für $5\,2\,x \in C$

c) Beweise oder widerlege: Bei dem Codewort 3 4 6 werden alle Vertauschungsfehler erkannt.

d) (Freiwillig gegen zwei Zusatzpunkte) Wir benutzen den Code zusätzlich mit den Permutationen $\pi_1 = (3,5),\ \pi_2 = (2,4,6)$ und $\pi_3 = id$. Gesucht ist $x \in D_3$ mit $3\,x\,4 \in C$.

Abgabe der Übungsaufgaben : Dienstag, 29. November, in den Übungen.