Übungen Grundlagen der Geometrie

SoSe 11 H.-J. Samaga **Blatt 4**

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

13. Wir beschäftigen uns noch einmal mit dem „Parabelmodell" einer affinen Ebene aus Aufgabe **A 8.** bzw. **B 4.** (zur Erinnerung: $p_{a,b} := \{(x, x^2 + ax + b) \mid x \in \mathbb{R}\}$). Es geht um das Problem, ob die Anschauungsebene zu dieser Ebene isomorph ist. Im Folgenden sei φ eine Abbildung von der Punktmenge der Anschauungsebene in die Punktmenge des Parabelmodells.

a) Beweise oder widerlege: Die identische Abbildung $\varphi((x, y)) = (x, y)$ ist eine Kollineation. (Tipp: Bestimme $\varphi(g_{0,0})$.)

b) Beweise oder widerlege: Die Abbildung $\varphi((x, y)) = (x, y + 2x^2)$ ist bijektiv. Handelt es sich um eine Kollineation?

14. Wieviele Abbildungen $\mathbb{P} \to \mathbb{P}$ gibt es im Minimalmodell einer affinen Ebene? Wieviele davon sind bijektiv? Wieviele Kollineationen gibt es? Wieviele nicht ausgeartete Dilatationen gibt es? (Jeweils mit Begründung)

15. Im 9–Punkte–Modell einer affinen Ebene ist eine bijektive Abbildung gesucht, die

a) keine Kollineation ist

b) zwar eine Kollineation, aber keine Dilatation ist.

16. Wahr oder falsch?

a) Isomorphie von affinen Ebenen ist eine Äquivalenzrelation.

b) Moultonebene und Sphärenmodell sind isomorphe affine Ebenen.

B: Übungsaufgaben

7. Beweise: Anschauungsebene und Parabelmodell sind isomorphe affine Ebenen. Hierzu ist eine Kollineation anzugeben, wobei Bijektivität und Geradentreue nachgewiesen werden müssen.

8. Man bearbeite Aufgabe **A 14.** für das 9 – Punkte – Modell einer affinen Ebene.

Abgabe der Übungsaufgaben : Mittwoch, 11. Mai 11, im Hörsaal vor Beginn der Vorlesung