Übungen Grundlagen der Geometrie

SoSe 11 H.-J. Samaga **Blatt 2**

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

6. Zum Aufwärmen: Im $\mathbb{R}^2$ seien die Punkte $A = (-1, 0)$ und $B = (1, 2)$ gegeben. Gesucht sind AB, $(A \parallel g_{-1,1})$, $(B \parallel g_3) \cap (A \parallel g_{0,0})$.

7. $(\mathbb{P}, \mathbb{G})$ mit $\mathbb{P} := \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ und $\mathbb{G} := \{g_k, g_{m,b} \mid k, m, b \in \mathbb{Z}_3\}$ ist eine affine Ebene, wenn man $g_{m,b} = \{(x, m \cdot_3 x +_3 b) \mid x \in \mathbb{Z}_3\}$ und $g_k = \{(k, y) \mid y \in \mathbb{Z}_3\}$ setzt.
Zeichne alle Punkte und die Geraden $g_{2,0}$ und $((0, 2) \parallel g_{1,1}) = g_{??}$.

8. Es geht um $\mathbb{P} := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $\mathbb{G} := \{g_k, p_{a,b} \mid k, a, b \in \mathbb{R}\}$, wobei g_k wie in der Anschauungsebene definiert ist und $p_{a,b} := \{(x, x^2 + ax + b) \mid x \in \mathbb{R}\}$ gilt.

a) Bestimme den Punkt $g_1 \cap p_{0,0}$.

b) Beweise: Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt $p_{a,b} \parallel p_{a,c}$. (Gilt stets $p_{a,b} = p_{a,c}$ bzw. $p_{a,b} \cap p_{a,c} = \emptyset$?)

c) Bestimme die Gerade $((1, 0) \parallel p_{0,0})$.

9. Wahr oder falsch?

a) Das Axiom (AE 3) ist in $(\mathbb{P}, \mathbb{G})$ aus Aufgabe 8 erfüllt.

b) Wenn man in Aufgabe 7 die Zahl 3 durch 4 ersetzt, erhält man ebenfalls eine affine Ebene.

B: Übungsaufgaben

3. Wir ersetzen in Aufgabe **A 7.** die Zahl 3 durch die Zahl 5, es ist also also $\mathbb{P} := \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$ und $\mathbb{G} := \{g_k, g_{m,b} \mid k, m, b \in \mathbb{Z}_5\}$ mit Modulo 5 – Rechnung.

a) Gesucht ist die Gerade durch $(0, 2)$ und $(2, 1)$.

b) Gesucht sind alle Punkte $(4, y)$, die nicht auf der Geraden durch $(1, 1)$ und $(2, 3)$ liegen.

c) Beweise oder widerlege: Die Punkte $(0, 1), (2, 4), (4, 1)$ liegen kollinear.

d) Wieviele Geraden gehen durch den Punkt (3,4)? (Kurze Begründung)

e) Wieviele Geraden gehören zu dieser affinen Ebene? (Kurze Begründung)

4. $(\mathbb{P}, \mathbb{G})$ aus Aufgabe **A 8.** ist eine affine Ebene (der Nachweis ist nicht allzu schwierig). Trotzdem sollen Sie lediglich zeigen:

a) $\forall A, B \in \mathbb{P}, A \neq B,\ \exists g \in \mathbb{G} : \quad A, B \in g$

b) $\forall k, a, b \in \mathbb{R}$ gilt $g_k \nparallel p_{a,b}$.

c) $\forall A \in \mathbb{P},\ g \in \mathbb{G}\ \ \exists h \in \mathbb{G} : \quad h = (A \parallel g)$

(Beachte: In a) und c) können g und h vom Typ g_k oder $p_{a,b}$ sein.)

Abgabe der Übungsaufgaben : Mittwoch, 27. April 11, im Hörsaal vor Beginn der Vorlesung