

Übungen Modul Grundlagen der Analysis

WiSe 10/11

J. Mylosz und H.-J. Samaga

Extrablatt 1

Einige alte Klausuraufgaben zu Folgen und Reihen

1. Wahr oder falsch?

	Wahr	Falsch
a) Beschränkte Folgen besitzen mindestens einen Grenzwert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Monotone Folgen haben höchstens einen Häufungspunkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Folgen mit genau zwei Häufungspunkten sind nie beschränkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Nicht jede konvergente Folge hat ein konstantes Endstück.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Es gibt Folgen mit unendlich vielen Hoch- und Tiefpunkten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Jede Cauchyfolge ist eine Nullfolge.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) Für alle positiven reellen Zahlen a, b gilt $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h) Die rekursiv definierte Folge $a_{n+1} := a_n^2 - 1$ ist für $a_1 = 1$ konvergent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
i) Die Summe zweier divergenter Folgen ist manchmal konvergent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Gesucht ist die Menge aller Häufungspunkte H von:

a) $\frac{4n+3}{3n-2} + (-1)^n$: $H =$ _____ b) $1^n - \sin(n\pi)$: $H =$ _____

3. Konvergent (mit Grenzwert) oder divergent (warum)?:

a) $\frac{5n^3 - 7n^2 + 18}{4 + 8n + 9n^3}$ b) $(1 + \frac{1}{n})^{5n}$ c) $(3 + \frac{1}{n})^n$ d) $\frac{\sin(n^2) \cdot \sqrt{17}}{5n}$
e) $\sqrt{n} - \sqrt{n-2}$ f) $\sqrt{2n} - \sqrt{n}$ g) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k}$ h) $\frac{n^2}{n-6} - \frac{n^2}{n+6}$

4. Leiten Sie den Grenzwert der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{(-3)^{k+1}}$ her:

5. Untersuchen Sie jeweils auf Konvergenz (mit Begründung, es sind keine konkreten Grenzwerte gefragt):

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k+1}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k+1)}{k^2}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^k}{(k+1)^3}$

Besprechung dieser Aufgaben in den Übungen.