

Übungen Modul Grundlagen der Analysis

WiSe 10/11

J. Mylosz und H.-J. Samaga

Blatt 12

A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

44. Gegeben sind Funktionen f und g , definiert durch $f(x) := x^3$ und $g(x) := \frac{1}{2x}$. Man bestimme auf jeweils zwei verschiedene Arten die erste Ableitung von
- a) $f \cdot g$, b) $f \circ g$, c) $\frac{f}{g}$.
45. Gesucht sind erste und zweite Ableitung von $f(x) := \sin^2 x + \cos^2 x$.
46. Gesucht sind die ersten drei Ableitungen von $e^x \cdot x$. Gibt es eine Formel für die n -te Ableitung? (Beweisidee??)
47. Bestimme mit der Regel von de l'Hospital $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 3^4}{x^3 - 3^3}$ und $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.
48. Wo steckt der Fehler? $1 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1} = 2$

B: Übungsaufgaben

34. Gesucht ist die erste Ableitung von
- a) $\cot x$, b) $\frac{\sin(3x)}{\cos(3x)}$, c) 3^{5x-2} , d) $x^{\sin(2x)}$.
35. a) Gesucht sind die ersten drei Ableitungen von $e^x \cdot x^2$ (mit Rechnung).
b) Beweisen oder widerlegen Sie: $(e^x x^2)^{(n)} = e^x (x^2 + 2nx + (n-1)n) \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
36. Bestimmen Sie a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2x-1)}{e^x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$.
- Hinweis zu c): Sie dürfen ohne Beweis $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\dots} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \dots}$ benutzen.

Abgabe der Übungsaufgaben am 26.1.11 nach der Vorlesung bzw. in den Übungen.