

# Übungen Modul Grundlagen der Analysis

WiSe 10/11

J. Mylosz und H.-J. Samaga

Blatt 11

## A: Präsenzaufgaben und Verständnisfragen

40. In der Vorlesung haben wir eine Funktion  $l_P$  untersucht, bei der jedem  $x \in \mathbb{R}$  eine gewisse Strecke innerhalb eines Dreiecks zugeordnet wurde.
- a) Welche einfache Funktion  $l_P$  erhält man, wenn das Dreieck durch einen Kreis mit Mittelpunkt  $P = (0, 1)$  und Durchmesser  $d = 2$  ersetzt wird?
- b) Wie sieht der Graph von  $l_P$  für  $P = (1, 2)$  aus, wenn das Dreieck durch ein Quadrat mit Eckpunkten  $(-1, 0), (1, 0), (1, 2), (-1, 2)$  ersetzt wird? (Es reicht eine grobe Skizze.)
41. Untersuche die folgenden Funktionen  $f$  mit Hilfe der Definition auf Differenzierbarkeit an der Stelle  $x_0$  und bestimme – wenn möglich –  $f'(x_0)$ :

$f$	$2x$	$3x^2$	$ x  + 1$	$ x + 1 $
$x_0$	3	2	0	0

42. Gesucht ist die Ableitung von  $f : x \mapsto \begin{cases} x^3 & \text{für } x \leq 0 \\ -x^3 & \text{für } x > 0 \end{cases}$ .

Tipp: Was ergibt  $(x^3 - x_0^3) : (x - x_0)$ ?

43. Wahr oder falsch? Wenn  $f$  streng monoton wächst, muss  $f'$  überall positiv sein.

## B: Übungsaufgaben

31. Berechnen Sie die Funktion  $l_P$  aus der Vorlesung
- a) für das Dreieck  $(-2, 0), (2, 0), (0, 2)$  und  $P = (0, 2)$ , zeichnen Sie den Graphen für  $-4 \leq x \leq 4$ .
- b) für das Quadrat  $(-1, 0), (1, 0), (1, 2), (-1, 2)$  und  $P = (-1, 2)$ .
32. a) Bestimmen Sie  $f'$  ohne Verwendung der Ableitungsregeln für  $f : x \mapsto x^2 - x + 1$ .
- b) Die Funktion  $g : x \mapsto \begin{cases} x^3 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ x^2 & \text{sonst} \end{cases}$  ist bekanntlich an den Stellen 0 und 1 stetig. An welchen dieser Stellen ist sie differenzierbar? (Mit Beweis).
33. Es geht um die Funktion  $f$  von Aufgabe A 42., dort wurde die Ableitung  $f'$  bestimmt.
- a) Geben Sie (ohne Herleitung) die zweite Ableitung  $f''$  an.
- b) Zeigen Sie, dass  $f''$  nicht an jeder Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$  differenzierbar ist.

Abgabe der Übungsaufgaben am 19.1.11 nach der Vorlesung bzw. in den Übungen.