Anwesenheitsaufgaben
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1

WS 2014/15 Dozent: Ingo Runkel

---

1. Gerade im $\mathbb{R}^2$ oder nicht? Beweisen Sie Ihre Aussage, indem Sie eine Darstellung wie in Definition 0.2.1 finden oder zeigen, dass es eine solche nicht gibt. Skizzieren Sie ein Bild von G.

   (a) $G = \{(2x-1, 1+3x) \,|\, x \in \mathbb{R}\}$

   (b) $G = \{(x, x^2) \,|\, x \in \mathbb{R}\}$

   (c) $G = \{(x^3, x^3) \,|\, x \in \mathbb{R}\}$

   (d) $G = \{(x, y) \,|\, x, y \in \mathbb{R}, xy = 0\}$

2. Eine *Tautologie* ist eine Aussage, die immer wahr ist, egal welchen Wahrheitswert die Teilaussagen haben. Z.B. ist $A \Leftrightarrow A$ eine Tautologie, $A \Leftrightarrow B$ aber nicht.

   Prüfen Sie mithilfe von Wahrheitstafeln, ob es sich bei folgenden Aussagen um Tautologien handelt.

   (a) $\neg(A \wedge (\neg A))$

   (b) $(A \Rightarrow B) \wedge ((\neg A) \vee B)$

   (c) $((A \wedge B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C))$

3. Formalisieren Sie folgende Aussagen. Definieren Sie sich vorher gegebenenfalls eine Menge M und Aussage $A(x)$.

   Z.B. kann man die Aussage „Zu allen Primzahlen p und q gibt es eine natürliche Zahl n mit $p + q = 2n$“ formal auch folgendermaßen schreiben: $M = \mathbb{N}$, $A(x) :=$ „x ist eine Primzahl“

   $$\forall p \in M \forall q \in M \exists n \in M : (\mathrm{A}(p) \wedge \mathrm{A}(q)) \Rightarrow p + q = 2n.$$

   (Diese Aussage ist übrigens falsch.)

   (a) Es gilt entweder A oder B (also nicht beides gleichzeitig).

   (b) Die Menge der positiven rationalen Zahlen besitzt ein kleinstes Element.

   (c) Zu jeder natürlichen Zahl existiert eine mindestens ebenso große Primzahl.