Dr. Haibo Ruan WS 2012/13

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 9

Aufgabe 9.1 (30 Punkte) Betrachte

$$\begin{cases} \dot{x} = xy \\ \dot{y} = -y + \alpha x^2 \end{cases}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist.

(i) Zeigen Sie für alle $\alpha \in \mathbb{R}$ ist $(0, 0)$ ein Fixpunkt mit einer 1-dimensionalen Zentrumsmannigfaltigket W^c_α, die abhängig von α ist.

(ii) Bestimmen Sie approximativ W^c_α und die Stabilität von $(0, 0)$ auf W^c_α.

(iii) Zeichnen Sie die gesamte Dynamik in $\mathbb{R}^2$.

(*Hinweis zum Rechnen von W^c_α:* entweder legen Sie ein α fest und das System als nicht parametrisiertes System betrachten, oder Sie können aber auch gern das System als ein von α parametrisiertes System betrachten.)

Aufgabe 9.2 (30 Punkte) Betrachte die (quadratische) Duffing-Gleichung

$$\begin{cases} \dot{u} = v \\ \dot{v} = \beta u - u^2 - \delta v \end{cases}, \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2, \tag{1}$$

für $\delta > 0$ und $\beta \in \mathbb{R}$ ist ein Parameter in der Nähe von $\beta_o = 0$.

(i) Zeigen Sie für $\beta = \beta_o$ ist $(0, 0)$ ein Fixpunkt mit einer 1-dimensionalen Zentrumsmannigfaltigket W^c.

(ii) Bestimmen Sie approximativ W^c und die Stabilität von $(0, 0)$ auf W^c.

(iii) Ist β_o ein Bifurkationswert für (1)? Wenn ja, zeichnen Sie das Bifurkationsdiagramm.

Abgabe: 14.1.2013