Dr. Haibo Ruan WS 2012/13

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 7

Aufgabe 7.1 (20 Punkte) Betrachte $\dot{x} = -(\mu^2 x + x^3)$ für $\mu, x \in \mathbb{R}$ um $\mu_o = 0$. Ist μ_o ein Bifurkationswert von μ im Sinn von Definition 2.1.a und/oder von Definition 2.1.b? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 7.2 (20 Punkte) Es sei $(\mu_o, x_o) \in \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^n$ eine Ruhelage von

$$\dot{x} = f(\mu, x), \quad x \in \mathbb{R}^n,\ \lambda \in \mathbb{R}^k, \tag{1}$$

für eine differenzierbare Abbildung $f : \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. Angenommen, dass $D_x f(\mu_o, x_o)$ nicht invertierbar ist. Ist (μ_o, x_o) unbedingt ein Bifurkationspunkt für (1)? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 7.3 (20 Punkte) In der Menge $M_{2\times 2}$ aller reellen 2×2-Matrizen, bestimmen Sie explizit Teilmengen von Matrizen A s.d.

(i) A einen einfachen Eigenwert 0 hat;

(ii) A ein Paar von rein imaginären Eigenwerten hat;

(iii) A die jordansche Normalform $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ hat;

(iv) A die jordansche Normalform $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ hat.

Zeigen Sie, dass jede Teilmenge eine Teilmannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^4$ ist und Bestimmen Sie ihre Codimensionen. (*Hinweis:* man stelle zuerst A als Nullstellen einer Funktion von $\mathbb{R}^4$ nach $\mathbb{R}^m$ für gewisse Ganzzahl $m \in \mathbb{N}$ mit $m \leq 4$, dann wende den Satz der impliziten Funktionen.)

Abgabe: 17.12.2012