Dr. Haibo Ruan WS 2012/13

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 4

Aufgabe 4.1 (15 Punkte) Betrachte das 2D-System in Polarkoordinaten (r, θ)

$$\begin{cases} \dot{r} = ar(1-r) \\ \dot{\theta} = 1, \end{cases}$$

und den periodischen Orbit $\gamma = \{(r, \theta) : r = 1,\ \theta \in \mathbb{R}\}$.

(i) Definieren Sie einen linearen Schnitt S für γ um $x_o = (1, 0)$, der senkrecht zu γ ist.

(ii) Definieren Sie die Poincaré-Abbildung $P : S \to S$ auf S.
Hinweis: $r(t) = \frac{r_o}{r_o + (1-r_o)e^{-at}}$ *gibt die Lösung für Anfangswert* $r(0) = r_o$ *an. Man begründe die erste Rückkehrzeit ist* 2π.

(iii) Bestimmen Sie durch die Poincaré-Abbildung P die Stabilität von γ.
Hinweis: Aufgabe 3.4.

Aufgabe 4.2 (20 Punkte) Erfgänzen Sie den Beweis vom Satz 1.5.9 über die Stabilität der periodischen Orbits mit Hilfe von Poincaré-Abbildung.

Aufgabe 4.3 (10 Punkte) Zeigen Sie ein perioischer Orbit ist genau dann asymptotisch stabil, wenn er stabil und asymptotisch linear stabil ist.

Aufgabe 4.4 (10 Punkte) Ist eine stabile Menge immer attraktiv? Ist eine attrktive Menge immer stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

Abgabe:19.11.2012