

## Übungen zu Dynamische Systeme Blatt 1

**Aufgabe 1** (5 Punkte) Sind die Zeichen “+”, “−”, “\*”, “÷” topologische Mannigfaltigkeiten? Begründen Sie Ihre Antwort. Betrachten Sie mit und auch ohne Randpunkten.

**Aufgabe 2** (10 Punkte) Beweisen Sie:

- (i) Sei  $\mathcal{A} = \{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}$  ein  $C^r$ -Atlas einer Mannigfaltigkeit  $M$ . Dann ist eine  $C^r$ -differenzierbare Struktur von  $M$ , die mit  $\mathcal{A}$  verträglich ist, eindeutig gegeben von

$$\mathcal{B} = \{(U, \varphi) : \varphi_\alpha \circ \varphi^{-1} \text{ und } \varphi \circ \varphi_\alpha^{-1} \text{ sind } C^r, \forall (U_\alpha, \varphi_\alpha) \in \mathcal{A}\}$$

- (ii) Seien  $\mathcal{A}_1 = \{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}$ ,  $\mathcal{A}_2 = \{(V_\beta, \psi_\beta)\}$  zwei Atlasse von  $M$  und jede Element von  $\mathcal{A}_1$  sei mit jeder Element von  $\mathcal{A}_2$  verträglich. Dann sind die differenzierbare Strukturen gegeben von  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$  die gleiche.

**Aufgabe 3** (5 Punkte) Zeigen Sie die folgenden sind glatte Mannigfaltigkeiten:

$$S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : \|x\| = 1\},$$

$$\mathbb{R}P^n = S^n / \sim, \quad \text{wobei } x \sim y \Leftrightarrow x = -y,$$

(mit den in der Vorlesung gegebenen Atlassen).

**Abgabe: 24.10.2011**