

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 1

Aufgabe 1 (5 Punkte) Sind die Zeichen “+”, “−”, “*”, “÷” topologische Mannigfaltigkeiten? Begründen Sie Ihre Antwort. Betrachten Sie mit und auch ohne Randpunkten.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Beweisen Sie:

- (i) Sei $\mathcal{A} = \{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}$ ein C^r -Atlas einer Mannigfaltigkeit M . Dann ist eine C^r -differenzierbare Struktur von M , die mit \mathcal{A} verträglich ist, eindeutig gegeben von

$$\mathcal{B} = \{(U, \varphi) : \varphi_\alpha \circ \varphi^{-1} \text{ und } \varphi \circ \varphi_\alpha^{-1} \text{ sind } C^r, \forall (U_\alpha, \varphi_\alpha) \in \mathcal{A}\}$$

- (ii) Seien $\mathcal{A}_1 = \{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}$, $\mathcal{A}_2 = \{(V_\beta, \psi_\beta)\}$ zwei Atlasse von M und jede Element von \mathcal{A}_1 sei mit jeder Element von \mathcal{A}_2 verträglich. Dann sind die differenzierbare Strukturen gegeben von $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ die gleiche.

Aufgabe 3 (5 Punkte) Zeigen Sie die folgenden sind glatte Mannigfaltigkeiten:

$$S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} : \|x\| = 1\},$$

$$\mathbb{R}P^n = S^n / \sim, \quad \text{wobei } x \sim y \Leftrightarrow x = -y,$$

(mit den in der Vorlesung gegebenen Atlassen).

Abgabe: 24.10.2011