

Prof. Dr. B. Richter

Stellen Sie sich bitte aus [MT] das Material für Ihren Vortrag zusammen; wenn Sie mit den Literaturangaben nicht klarkommen, dann fragen Sie bitte rechtzeitig nach. Natürlich helfe ich Ihnen, falls Sie Fragen haben. Konzipieren Sie Ihren Vortrag auf 70 Minuten, damit Zeit für Diskussionen, Fragen und Ergänzungen bleibt, und überlegen Sie sich eine kurze Anwesenheitsaufgabe zu Ihrem Thema. Geben Sie mir bitte zwei Wochen vor dem Termin Ihres Vortrags eine Ausarbeitung ab. Sie können die gerne texten, aber eine handschriftliche Abgabe reicht auch.

### Vorträge

- (1) **Motivation.** [MT, §1] Stellen Sie uns einleitend vor, wie analytische Eigenschaften von topologischen Gegebenheiten abhängen und behandeln Sie (ad-hoc definierte) Kohomologiegruppen in kleinen Graden, die zur Beschreibung topologischer Eigenschaften benutzt werden.
- (2) **Die äussere Algebra.** [MT, §2] Dieser Vortrag stellt das algebraische Rüstzeug für das Proseminar vor. Was sind alternierende lineare Abbildungen? Wie kann man sie kombinatorisch beschreiben und wie multipliziert man sie?
- (3) **DeRham Kohomologie (euklidischer Fall).** [MT, §3 bis inkl. 3.9] Definieren Sie alternierende Formen, den deRham-Komplex und die dazugehörige Kohomologie.
- (4) **Grundlegende Eigenschaften der deRham-Kohomologie.** [MT, §3 ab 3.10] Leiten Sie einige grundlegende Eigenschaften der deRham-Kohomologie her. Erklären Sie uns insbesondere das Poincaré-Lemma.
- (5) **Kettenkomplexe I.** [MT, §4 bis inkl. 4.9] Um deRham-Kohomologie besser zu verstehen, brauchen wir einige Grundlagen aus der Theorie der Kettenkomplexe.
- (6) **Kettenkomplexe II und die Mayer-Vietoris Sequenz.** [MT, §4 ab 4.10 und §5] Neben einigen Grundeigenschaften geht es hier um die Lokalität der deRham-Kohomologie: Die Mayer-Vietoris Sequenz erlaubt es Ihnen, globale Informationen über deRham-Kohomologie aus lokaler Information zu gewinnen.
- (7) **Der Homotopiebegriff.** [MT, §6 bis inkl. 6.11] Wann sind stetige Abbildungen homotop? Benutzen Sie den Homotopiebegriff, um qualitative Aussagen über deRham-Kohomologie zu beweisen.
- (8) **Anwendungen der deRham-Kohomologie I.** [MT, §6 ab 6.12 und §7 bis inkl. 7.4] Kohomologieberechnungen sind kein Selbstzweck, sondern man kann sie für geometrische Schlussfolgerungen benutzen. Stellen Sie uns einige Anwendungen vor ((6.12) ohne Beweis).
- (9) **Anwendungen der deRham-Kohomologie II.** [MT, §7 ab 7.6]
- (10) **Glatte Mannigfaltigkeiten.** [MT, §8] Mannigfaltigkeiten sind – grob gesagt – topologische Räume, die lokal aussehen wie ein euklidischer Raum. Definieren Sie, was Mannigfaltigkeiten sind, und stellen Sie uns glatte Strukturen vor.
- (11) **Tangentialräume und der deRham-Komplex für Mannigfaltigkeiten.** [MT, §9 bis inkl. 9.7] In diesem Vortrag lernen wir die Definition des Tangentialraums einer glatten Mannigfaltigkeit kennen und nutzen ihn, um deRham-Kohomologie für Mannigfaltigkeiten zu definieren.
- (12) **Orientierbare Mannigfaltigkeiten.** [MT, §9 ab 9.8 bis inkl. 9.19] Für glatte Mannigfaltigkeiten kann man den Orientierungsbegriff über die sogenannte Orientierungsform einführen. Definieren Sie, was das ist, und behandeln Sie Beispiele und einige Eigenschaften.
- (13/14) **Integration I+II.** [MT, §10] Diese beiden Vorträge behandeln die Integration auf glatten Mannigfaltigkeiten. Als wichtige Resultate wird der allgemeine Satz von Stokes hergeleitet und die Identifikation der höchsten Kohomologiegruppe einer glatten orientierbaren Mannigfaltigkeit. Es wäre gut, wenn zwei Studierende sich den Vortrag teilen, so dass die Anteile Technik/Kür gerecht aufgeteilt sind.

## LITERATUR

- [MT] Ib Madsen, Jørgen Tornehave, From calculus to cohomology – de Rham cohomology and characteristic classes. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. viii+286.